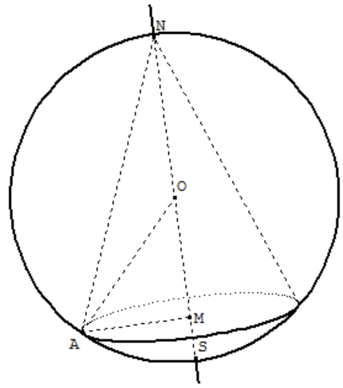
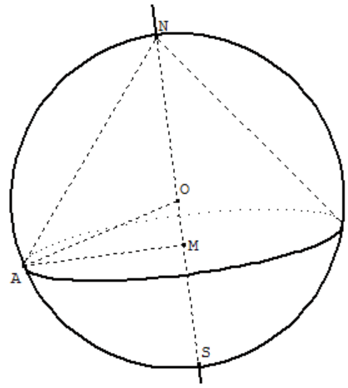
Exercice 1. ABCD est un rectangle de largeur 5 cm et de longueur 10 cm. Les points M, N, P et Q appartiennent respectivement aux côtés [AB], [BC], [DC] et [AD] tels que AM=BN=CP=DQ. ***Déterminer, en justifiant, la position du point M pour que l'aire du quadrilatère $MNPQ$ soit minimale.***

Exercice 2. On considère une sphère de centre O et de 6 cm de rayon. Le point M est un point mobile sur le segment $[OS]$. On inscrit dans la sphère un cône de sommet N et de rayon de disque de base $[AM]$ où A est un point de la sphère. ***Déterminer, en justifiant, quelle doit être la position du point M pour que le volume du cône soit maximal.***





Exercice 3. Partie A. On considère la fonction $g(x) = x\sqrt{x^2+1} - 1$, définie pour tout réel x.

▶1. Déterminer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.

▶2. Etudier les variations de la fonction g.

▶3. Démonter qu'il existe un unique réel α tel que $g(\alpha) = 0$. Donner un encadrement de α à 0,1 près.

▶4. En déduire le signe de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

Partie B.

On étudie la fonction $f(x) = \frac{x^3}{3} - \sqrt{x^2+1}$, définie pour tout réel x.

▶1. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

▶2a) Démontrer que, pour tout réel x, $f'(x) = \dfrac{xg(x)}{\sqrt{x^2+1}}$.

b) En déduire les variations de la fonction f.

c) Démontrer que $f(\alpha) = \dfrac{\alpha^4 - 3}{3\alpha}$.

Exercice 4. VRAI ou FAUX ? Soit f une fonction définie sur $I = [0\,;2]$ et $a \in I$

▶1. Si f est dérivable en a alors f est continue en a.

▶2. Si f est continue sur I alors f est dérivable sur I.

▶3. Si f est continue sur les intervalles $[0;1]$ et $[1;2]$ alors f est continue sur $[0;2]$.

▶3. Si f est dérivable sur les intervalles $[0;1]$ et $[1;2]$ alors f est dérivable sur $[0;2]$.

Exercice 5. VRAI ou FAUX ?

Soit f une fonction définie sur $I = [a;b]$ telle que $f(a) = 2$ et $f(b) = -1$.

▶1. L'équation $f(x) = 1$ admet au moins une solution dans I.

▶2. Si f est continue sur I alors $f(x) = 1$ admet au moins une solution dans I.

▶3. Si f est strictement décroissante sur I alors $f(x) = 1$ admet au plus une solution dans I.