***Toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation. La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.***

## Exercice n°1

Pour tout réel $a$, on définit la suite $(u_n)$ par :

$$\begin{cases} u_0 = a \\ u_{n+1} = \dfrac{668}{669}u_n + 3 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

▶1. Déterminer pour quelle valeur de $a$, la suite $(u_n)$ est constante.

▶2. Lorsque $(u_n)$ n'est pas constante, on considère la suite $(v_n)$ définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = u_n - 2007$.

a) Démontrer que la suite $(v_n)$ est géométrique.

b) En déduire, pour tout $n \in \mathbb{N}$, une expression de $v_n$ en fonction de $n$ et de $a$.

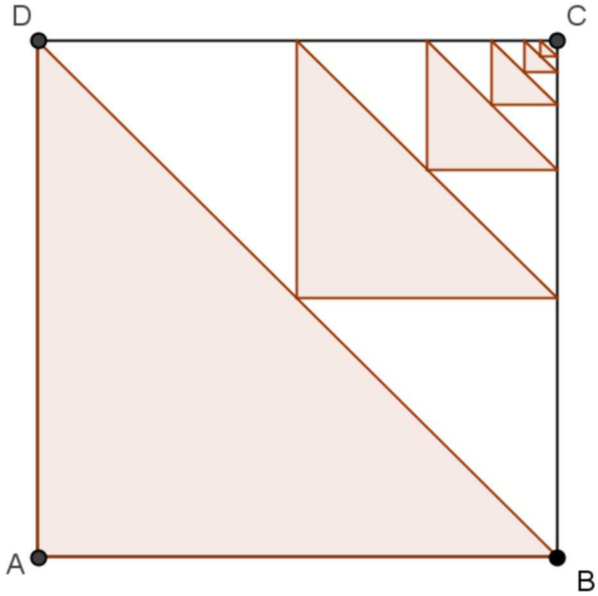
c) Déterminer alors, pour tout $n \in \mathbb{N}$, une expression de $u_n$ en fonction de $n$ et de $a$.

d) Etudier alors la convergence de la suite $(u_n)$.

▶3. Pour $a = 0$, écrire un algorithme qui permet de calculer la somme des 100 premières valeurs de la suite $(u_n)$.

## Exercice n°2 : Suite géométrique

Soit $a$ un réel strictement positif, calculer l'aire grisée dans le carré ci-dessous de côté $a$.




*Indication :* Dans un premier temps, on pourra considérer qu'il y a 6 triangles. Puis, dans un deuxième temps, on envisagera le cas de $n$ triangles ($n \in \mathbb{N}^*$) et enfin on pourra faire tendre $n$ vers $+\infty$.