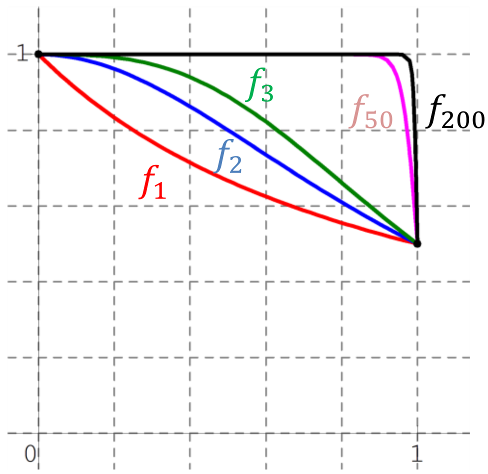
Exercice 1.
On considère la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = (x-1)^2$ et on note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal. Les droites qui passent par le point A de coordonnée $(0;2)$ coupent la courbe $\mathcal{C}$ et forment un domaine noté $\mathcal{D}$ situé entre les deux courbes. ***Existe-t-il une droite passant par A qui rend le domaine $\mathcal{D}$ minimal ?***
Aide technique : On pourra remarquer que si $x_1 = a - b$ et $x_2 = a + b$
alors $x_2 - x_1 = 2b$, $x_2^2 - x_1^2 = 4ab$ et $x_2^3 - x_1^3 = 2b(3a^2 + b^2)$.

Exercice 2.
Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 1.
On note f_n la fonction définie pour tout réel x de l'intervalle $[0;1]$ par $f_n(x) = \frac{1}{1+x^n}$.
Pour tout entier $n \geq 1$, on définit le nombre I_n par $I_n = \int_0^1 f_n(x)dx = \int_0^1 \frac{1}{1+x^n}dx$.
▶1. Les représentations graphiques de certaines fonctions f_n obtenues à l'aide d'un logiciel sont tracées ci-après.



En expliquant soigneusement votre démarche, conjecturer, pour la suite (I_n) l'existence et la valeur éventuelle de la limite, lorsque n tend vers $+\infty$.
▶2. Calculer la valeur exacte de I_1.
▶3. a. Démontrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[0;1]$ et pour tout entier naturel $n \geq 1$, on a : $\frac{1}{1+x^n} \leq 1$.
b. En déduire que, pour tout entier naturel $n \geq 1$, on a : $I_n \leq 1$.
▶4. Démontrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[0;1]$ et pour tout entier naturel $n \geq 1$, on a : $1-x^n \leq \frac{1}{1+x^n}$.
▶5. Calculer l'intégrale $\displaystyle\int_0^1 (1-x^n)dx$.
▶6. Démontrer que la suite (I_n) est convergente et déterminer sa limite.
▶7. On considère l'algorithme suivant :

Initialisation :	I prend la valeur 0
Traitement :	Demander un entier $n \geq 1$ et un entier $p \geq 1$
	Pour k allant de 0 à $p-1$ faire :
	x prend la valeur $\frac{k}{p}$
	I prend la valeur $I + \frac{1}{1+x^n} \times \frac{1}{p}$
	Fin Pour
	Afficher I

a. Quelle valeur, arrondie au centième, renvoie cet algorithme si l'on entre les valeurs $n = 2$ et $p = 5$? *On détaillera le calcul effectué.*
b. A quoi sert cet algorithme ?