Exercice n°1	**1.**	Soit $n \in \mathbb{N}^*, u_{n+1} = 0,\underbrace{333\ldots3}_{n+1 \text{ fois}}$ donc $10 \times u_{n+1} = 3,\underbrace{333\ldots3}_{n \text{ fois}} = u_n + 3$
	2.	Soit $n \in \mathbb{N}^*, v_{n+1} = u_{n+1} - \frac{1}{3}$ $v_{n+1} = \frac{1}{10}(u_n + 3) - \frac{1}{3}$ $v_{n+1} = \frac{1}{10}u_n + \frac{3}{10} - \frac{1}{3}$ $v_{n+1} = \frac{1}{10}u_n + \frac{9-10}{30}$ $v_{n+1} = \frac{1}{10}u_n - \frac{1}{30}$ $v_{n+1} = \frac{1}{10}\left(u_n - \frac{1}{3}\right)$ $v_{n+1} = \frac{1}{10}v_n$ Donc la suite (v_n) est géométrique de raison $1/10$.
		La suite (v_n) étant géométrique de raison $1/10$ et de premier terme $v_1 = u_1 - \frac{1}{3} = 0{,}3 - \frac{1}{3} = \frac{3}{10} - \frac{1}{3} = \frac{9-10}{30} = \frac{-1}{30}$ On a alors $v_n = \frac{-1}{30} \times \left(\frac{1}{10}\right)^{n-1} = \frac{-1}{30} \times \frac{1}{10^{n-1}}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$
		On en déduit que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ $u_n = v_n + \frac{1}{3} = \frac{-1}{30} \times \frac{1}{10^{n-1}} + \frac{1}{3}$
		$\lim\limits_{n\to+\infty} 10^{n-1} = +\infty$ car la suite est géométrique de raison 10>1 donc $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{-1}{30} \times \frac{1}{10^{n-1}} = 0$ et donc $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \frac{1}{3}$

Exercice n°2

Notons R_n le rayon du n^e demi-cercle.
On a alors $R_1 = 8$.
Chaque demi-cercle a pour diamètre un rayon du demi-cercle précédent donc la suite (R_n) est une suite géométrique de raison 0,5.

Notons P_n le périmètre du n^e demi-cercle.
On a alors $P_1 = \pi \times 8 = 8\pi$ et $\forall n \in \mathbb{N}^*$,

$$P_{n+1} = \pi \times R_{n+1} = \frac{\pi R_n}{2} = \frac{P_n}{2}$$

La suite (P_n) est une aussi suite géométrique de raison 0,5 et $P_1 = 8\pi$.

La longueur de la spirale est donc la somme des périmètres des demi-cercles :

$$\sum_{k=1}^{2017} P_k = P_1 \times \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{2017}}{1-\frac{1}{2}} = 8\pi \times \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{2017}}{\frac{1}{2}}$$

$$\sum_{k=1}^{2017} P_k = 2 \times 8\pi\left(1-\frac{1}{2^{2017}}\right) = 16\pi\left(\frac{2^{2017}-1}{2^{2017}}\right) = 2^4\pi\left(\frac{2^{2017}-1}{2^{2017}}\right)$$

$$\sum_{k=1}^{2017} P_k = 2^4\pi\left(1-\frac{1}{2^{2017}}\right) = 2^4\pi - \frac{\pi}{2^{2013}}$$

$$\sum_{k=1}^{2017} P_k \approx 50{,}27 \text{ cm}$$