

Exercice n°1.

La factorielle d'un entier naturel n , notée $n!$, ce qui se lit « **factorielle n** », est le produit des nombres entiers strictement positifs inférieurs ou égaux à n .

Par exemple $2! = 2 \times 1 = 2$ $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ $7! = 5040$...

Par convention, on pose $0! = 1$.

La suite (v_n) est définie sur \mathbb{N} par $v_n = n!$

- ▶ 1. Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n > 0$ et que la suite (v_n) est croissante.
- ▶ 2. Démontrer, par récurrence, que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $v_n \geq n$.
- ▶ 3. En déduire la limite de la suite (v_n) .

Exercice n°2

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{2}{1 + u_n} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

- ▶ 1. Quelle(s) conjecture(s) pouvez-vous faire ?
- ▶ 2. Démontrer, par récurrence, que la suite est bornée pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- ▶ 3. a) Démontrer que pour tout entier n , on a :

$$u_n = 1 + \frac{6}{5 \times (-2)^n - 2}$$

- b) En déduire la limite de la suite (u_n) .