

Exercice n°1.

La factorielle d'un entier naturel n , notée $n!$, ce qui se lit « **factorielle n** », est le produit des nombres entiers strictement positifs inférieurs ou égaux à n .

Par exemple $2! = 2 \times 1 = 2$ $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ $7! = 5040$...

Par convention, on pose $0! = 1$.

La suite (v_n) est définie sur \mathbb{N} par $v_n = n!$

- ▶ 1. Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n > 0$ et que la suite (v_n) est croissante.
- ▶ 2. Démontrer, par récurrence, que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $v_n \geq n$.
- ▶ 3. En déduire la limite de la suite (v_n) .

Exercice n°2

On considère la suite (v_n) définie par :

$$\begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = \frac{1}{4}v_n^2 + 2 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

- ▶ 1. Démontrer que, pour tout nombre réel x , $\frac{1}{4}x^2 + 2 \geq x + 1$.
- ▶ 2. a) Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} - v_n \geq 1$.
b) En déduire le sens de variation de la suite (v_n) .
- ▶ 3. Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n \geq n + 3$. En déduire la limite de la suite (v_n) .