

Exercice n°1.

► 1. En trouvant une racine évidente, résoudre, dans \mathbb{C} , l'équation

$$z^3 - 5z^2 + 19z + 25 = 0.$$

► 2. On considère le polynôme $P(z) = 2z^3 - 7z^2 + 8z - 28$ où $z \in \mathbb{C}$.

a) Démontrer que $P(z)$ admet deux nombres imaginaires purs comme racines.

b) En déduire une factorisation de $P(z)$, ainsi que sa troisième racine.

Exercice n°2

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse (démonstration ou contre-exemple).

(P_1) Si $z = 0$ alors $z + \bar{z} = 0$

(P_2) est la réciproque de (P_1)

(P_3) est la contraposée de (P_1)

(P_4) Si $z = i$ alors $z + \frac{1}{z} = 0$

(P_5) est la réciproque de (P_4)

(P_6) est la contraposée de (P_4)

Exercice n°3

a) Résoudre $z - i\bar{z} = 0$, on notera \mathcal{S} l'ensemble des solutions.

b) Déterminer $\overline{z - i\bar{z}}$ en fonction de z et \bar{z} .

c) Démontrer que le nombre complexe $\frac{z + i\bar{z}}{z - i\bar{z}}$ est un imaginaire pur pour tout nombre complexe $z \notin \mathcal{S}$.