Exercice n°1

On considère la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$ et M un point quelconque de sa courbe représentative tracée dans un repère orthonormé $(0; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$.

On place le point $A(1; 0)$.

▶1. A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, réaliser la figure. La distance AM peut-elle être minimale ? maximale ? Si oui, conjecturer pour quelle abscisse de M.

▶2. On note x l'abscisse du point M, $x \in [0; +\infty[$. Démontrer que $AM = \sqrt{x^2 - x + 1}$.

▶3. On considère la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $g(x) = \sqrt{x^2 - x + 1}$.

Déterminer les variations de la fonction g. Conclure.

Exercice n°2

Soit la fonction h définie et continue sur l'intervalle $[0; 9]$ dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	0		9
$h(x)$	9	$\searrow$	-1

▶1. Démontrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique.

Dans la suite de l'exercice, on notera α l'unique solution de l'équation $h(x) = 0$.

▶2. On considère les fonctions f et g définies par $f(x) = \sqrt{x}$ et $g(x) = x^2$ et on note $u = f \circ h$ et $v = g \circ h$. Dire si les affirmations suivantes sont justes ou fausses, **en justifiant votre réponse.**

a) La fonction u est définie sur $[0; 9]$.

b) La fonction u est décroissante sur $[0; \alpha]$.

c) Pour tout $x \in [0; \alpha]$, $u(x) \in \left[0; \sqrt{\alpha}\right]$.

d) La fonction v est définie sur $[0; 9]$.

e) La fonction v est décroissante sur $[0; 9]$.