Exercice n°1

1. 2.

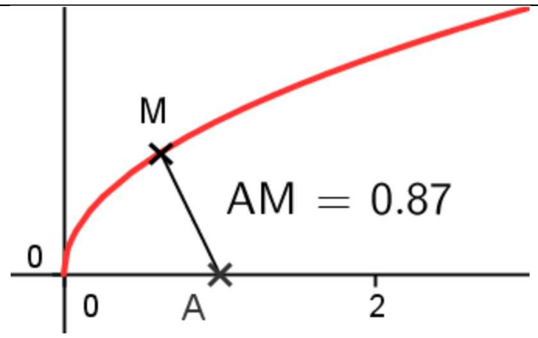
$M(x; f(x))$ soit $M(x; \sqrt{x})$ et $A(1; 0)$

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2}$$

$$AM = \sqrt{(x-1)^2 + \left(\sqrt{x} - 0\right)^2}$$

$$= \sqrt{x^2 - 2x + 1 + x}$$

$$= \sqrt{x^2 - x + 1}$$



La distance AM est minimale lorsque M a pour abscisse 0,5 environ.

3.

$\forall x \in]0; +\infty[$, $g'(x) = \dfrac{2x - 1}{2\sqrt{x^2 - x + 1}}$

$g'(x) > 0 \Leftrightarrow 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow 2x > 1 \Leftrightarrow x > \dfrac{1}{2}$

x	0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	1	$\searrow$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

g admet donc un minimum en $\dfrac{1}{2}$:

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0{,}866$$

Exercice n°2

1.

La fonction h est continue sur $[0; 9]$ et $h(0) = 9 > 0$ et $h(9) = -1 < 0$
Donc d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $h(x) = 0$ admet au moins une solution.

De plus, la fonction h est strictement décroissante sur $[0; 9]$ donc cette solution est unique, on la note α donc $h(\alpha) = 0$ et $\alpha \in [0; 9]$.

2.

Faux, la fonction u est définie sur $[0; \alpha]$ car sur $[\alpha; 9]$, $h(x) \leq 0$.

Vrai, la fonction u est décroissante sur $[0; \alpha]$ car $u = f \circ h = \sqrt{h}$ donc $u' = \frac{h'}{2\sqrt{h}}$ donc u' et h' sont de même signe, et donc u et h ont le même sens de variation.

		Faux, $\forall x \in [0;\alpha]$, $h(x) \in [0;9]$ donc $u(x) = \sqrt{h(x)} \in [0;3]$
		Vrai, la fonction $v(x) = h(x)^2$ est définie sur $[0;9]$.
		Faux, v n'est pas décroissante sur $[\alpha;9]$ car $v'(x) = 2 \times h(x) \times h'(x)$ or $h'(x) \leq 0$ et $h(x) \leq 0$ sur $[\alpha;9]$, donc $v'(x) \geq 0$ pour $x \in [\alpha;9]$. La fonction v est donc croissante sur $[\alpha;9]$.