Exercice n°1. REVISER

Après administration d'un médicament en une seule prise, on peut modéliser la concentration du principe actif en mg.L^{-1} contenu dans le sang du patient à l'aide d'une suite (u_n).

Pour tout entier naturel n, u_n désigne la concentration du principe actif dans le sang, en milligramme par litre, n heures après l'administration du médicament.

On suppose que $u_0 = 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{2}{3^n}$.

▶ 1. Démontrer par récurrence que, pour tout n entier naturel, on a $u_n = \frac{6n}{3^n}$.

▶ 2. Démontrer par récurrence que, pour tout n supérieur ou égal à 2, on a $3^n \geq n^2$.

▶ 3. En déduire la limite de la suite (u_n).

▶ 4. On a administré à Jérémy le médicament à midi. La concentration du principe actif dans son sang est modélisée par la suite (u_n). A partir de quelle heure, cette concentration sera-t-elle inférieure à 10^{-2} mg.L^{-1} ?

Exercice n°2. CHERCHER

On considère la fonction $f(x) = \frac{1}{x}$ définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$.

Pour tout $a \geq 1$, on trace les tangentes à la courbe de f aux points M et N d'abscisses respectives a et $f(a)$. Elles coupent l'axe des abscisses respectivement en B et A.

On appelle C le point d'intersection des deux tangentes.

Que peut-on dire de l'aire du triangle ABC lorsque a tend vers $+\infty$?

On pourra commencer par établir une conjecture avec un logiciel de géométrie ...