

**EXERCICE 1. (5,5 points)**

►1. On considère les matrices  $A = \begin{pmatrix} 4a + 6 & 5 \\ -15 & -2 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -b \end{pmatrix}$

Déterminer les réels  $a$  et  $b$  pour que  $A - 5B = 3I_2$ .

►2. On considère les matrices  $E = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $F = (1 \ 2)$  et  $G = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$

Calculer, lorsque c'est possible, les produits  $F \times E$ ,  $F \times G$  et  $E \times F$ .

**EXERCICE 2. (4 points)**

Soit la matrice  $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$  où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont trois réels non nuls.

Conjecturer puis démontrer, par récurrence, une expression des éléments de  $A^n$  pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**EXERCICE 3. (5 points)**

La consommation de volailles en France, en kg par an et par habitant, est modélisée par le polynôme de degré 2 suivant :  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , où  $x$  est le rang de l'année à partir de 1990. En 1996 et en 1999, la consommation s'élevait à 23 kg par an par habitant puis en 2008, elle s'élevait à 19,1 kg par an par habitant soit  $f(18) = 19,1$ .

- 1. a) Traduire les données de l'énoncé par un système d'équations.  
 b) Ecrire le système sous la forme  $A \times X = B$  où les matrices  $A$ ,  $B$  et  $X$  sont à préciser.  
 c) En résolvant le système à l'aide de la calculatrice, déterminer l'expression de la fonction  $f$ .

►2. Faire une prévision de la consommation de volailles en kg par an et par habitant en 2016.

**EXERCICE 4. (5,5 points)**

Soit la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -3 & 4 & -3 \\ -1 & 1 & \alpha \end{pmatrix}$$

- 1. Calculer  $A^2$ .  
 ►2. Déterminer pour quelle valeur de  $\alpha$ , on a  $A^2 = 3A - 2I_3$ .  
 ►3. En déduire que la matrice  $A$  est inversible et préciser sa matrice inverse.