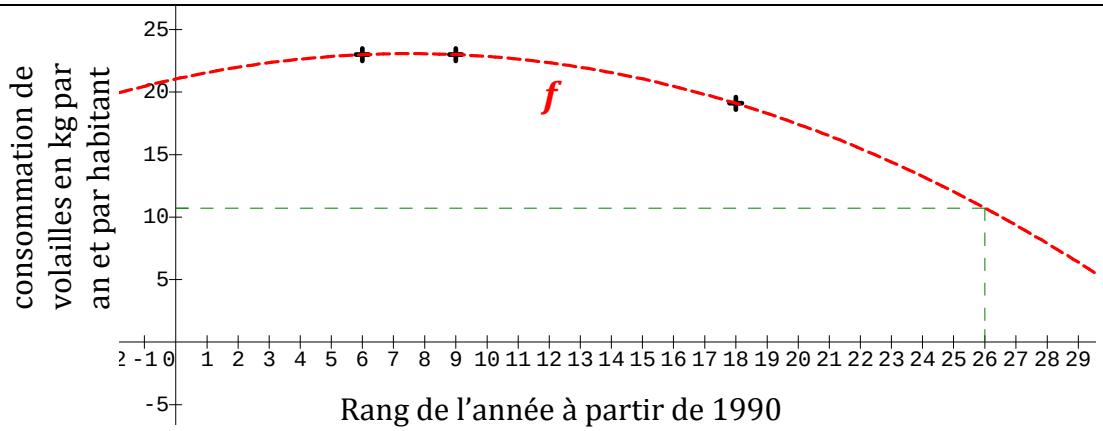
Exercice 1.	**1.**	$A-5B=\begin{pmatrix}4a+6 & 5\\ -15 & -2\end{pmatrix}-5\begin{pmatrix}1 & 1\\ -3 & -b\end{pmatrix}$ $A-5B=\begin{pmatrix}4a+6 & 5\\ -15 & -2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}5 & 5\\ -15 & -5b\end{pmatrix}$ $A-5B=\begin{pmatrix}4a+1 & 0\\ 0 & -2+5b\end{pmatrix}$ or $3I_2=3\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}$ On a alors $\begin{cases}4a+1=3\\ -2+5b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a=2\\ 5b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}\\ b=1\end{cases}$	**2,5**
	2.	$F\times E=\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ -1 & 0 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 2 & -1\end{pmatrix}$ $F\times G=\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1 & 1\\ -3 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5 & -1\end{pmatrix}$ $E\times F=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ -1 & 0 & -2\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}$ Ce produit est impossible car il y a plus de colonnes dans la matrice E que de lignes dans la matrice F.	**3**
Exercice 2.		Pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, on conjecture que $A^n=\begin{pmatrix}a^n & 0 & 0\\ 0 & b^n & 0\\ 0 & 0 & c^n\end{pmatrix}$. Démontrons par récurrence que $\mathcal{P}(n)$: $A^n=\begin{pmatrix}a^n & 0 & 0\\ 0 & b^n & 0\\ 0 & 0 & c^n\end{pmatrix}$ est vraie pour tout $n\in\mathbb{N}^*$. Initialisation pour $n=1$: $A^1=A=\begin{pmatrix}a & 0 & 0\\ 0 & b & 0\\ 0 & 0 & c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a^1 & 0 & 0\\ 0 & b^1 & 0\\ 0 & 0 & c^1\end{pmatrix}$ donc $\mathcal{P}(1)$ est vraie. Hérédité : On suppose que $\mathcal{P}(n)$: $A^n=\begin{pmatrix}a^n & 0 & 0\\ 0 & b^n & 0\\ 0 & 0 & c^n\end{pmatrix}$ est vraie pour $n\in\mathbb{N}^*$ fixé $A^{n+1}=A^n\times A=\begin{pmatrix}a^n & 0 & 0\\ 0 & b^n & 0\\ 0 & 0 & c^n\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}a & 0 & 0\\ 0 & b & 0\\ 0 & 0 & c\end{pmatrix}$ $A^{n+1}=\begin{pmatrix}a^n\times a & 0 & 0\\ 0 & b^n\times b & 0\\ 0 & 0 & c^n\times c\end{pmatrix}$ $A^{n+1}=\begin{pmatrix}a^{n+1} & 0 & 0\\ 0 & b^{n+1} & 0\\ 0 & 0 & c^{n+1}\end{pmatrix}$	**4**

		donc $\mathcal{P}(n+1)$ est vraie Par conséquent $\mathcal{P}(n)$: $A^n = \begin{pmatrix} a^n & 0 & 0 \\ 0 & b^n & 0 \\ 0 & 0 & c^n \end{pmatrix}$ est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$	
Exercice 3.	1.	$f(18) = 19{,}1 \quad f(6) = 23$ et $f(9) = 23$ donc $\begin{cases} f(6) = 23 = 36a + 6b + c \\ f(9) = 23 = 81a + 9b + c \\ f(18) = 19{,}1 = 324a + 18b + c \end{cases}$	1,5
		$A \times X = B = \begin{pmatrix} 36 & 6 & 1 \\ 81 & 9 & 1 \\ 324 & 18 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 \\ 23 \\ 19{,}1 \end{pmatrix}$	1
		La matrice A est inversible donc $X = A^{-1} \times B = \begin{pmatrix} -\frac{13}{360} \\ \frac{13}{24} \\ \frac{421}{20} \end{pmatrix}$ On en déduit que $f(x) = -\frac{13}{360}x^2 + \frac{13}{24}x + \frac{421}{20}$.	1
	2.	 Selon ce modèle, on peut prévoir que la consommation en 2016 sera de $f(26) = -\frac{13}{360} \times 26^2 + \frac{13}{24} \times 26 + \frac{421}{20} \approx 10{,}72$ kg par an par habitant.	1,5
Exercice 4.	1.	$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -3 & 4 & -3 \\ -1 & 1 & \alpha \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -3 & 4 & -3 \\ -1 & 1 & \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -3-\alpha \\ -9 & 10 & -9-3\alpha \\ -3-\alpha & 3+\alpha & -2+\alpha^2 \end{pmatrix}$	1,5
	2.	$3A - 2I_3 = 3\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -3 & 4 & -3 \\ -1 & 1 & \alpha \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	

Exercice 4.		$3A-2I_3=\begin{pmatrix}0&3&-3\\-9&12&-9\\-3&3&3\alpha\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2&0&0\\0&2&0\\0&0&2\end{pmatrix}$ $3A-2I_3=\begin{pmatrix}-2&3&-3\\-9&10&-9\\-3&3&3\alpha-2\end{pmatrix}=A^2=\begin{pmatrix}-2&3&-3-\alpha\\-9&10&-9-3\alpha\\-3-\alpha&3+\alpha&-2+\alpha^2\end{pmatrix}$ On a alors $\begin{cases}-3-\alpha=-3\\-9-3\alpha=-9\\3+\alpha=3\\-2+\alpha^2=-2\end{cases}\Leftrightarrow\alpha=0$	**2**
	3.	Pour $\alpha=0$, on a alors $A^2=3A-2I_3$ $A^2-3A=-2I_3$ $-\frac{1}{2}(A^2-3A)=I_3$ $-\frac{1}{2}(A-3I_3)\times A=I_3$ On en déduit que A est inversible et $A^{-1}=-\frac{1}{2}(A-3I_3)=\frac{3}{2}I_3-\frac{1}{2}A$	**2**