

EXERCICE 1. (10 points)

- 1. Si on divise un entier naturel n par 105, le reste est 21 mais si on divise ce nombre par 103, le quotient augmente de 2 et le reste diminue de 6.
Quel est cet entier naturel n ? Justifier.
- 2. a) R.O.C : Démontrer que si a divise b et a divise c alors a divise $2b - 5c$.
b) Déterminer les entiers relatifs m tel que $2m + 4$ divise $5m - 7$.
- 3. Trouver tous les entiers qui divisés par 7 donne un quotient égal à 5 fois le reste.
- 4. Déterminer le reste de la division euclidienne de 123×10^{12} par 97. Expliquer votre démarche.

EXERCICE 2. (6 points)

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et donner une démonstration de la réponse choisie ou un contre-exemple. Une réponse non démontrée ne rapporte aucun point.

(\mathcal{P}_1) : a et b sont deux entiers naturels.

On note q et r le quotient et le reste dans la division euclidienne de a par b : « le reste dans la division euclidienne de $3a$ par b est $3r$ ».

(\mathcal{P}_2) : Si p est impair alors p^2 est impair.

(\mathcal{P}_3) est la réciproque (\mathcal{P}_2).

EXERCICE 3. (4 points)

- 1. A quoi sert l'algorithme ci-dessous ?

```
Demander la valeur du nombre N
S prend la valeur 0
Pour I allant de 1 à Ent[√N]
    Si Ent[N/I] = N/I
        Alors S prend la valeur S+I+(N/I)
    Fin Si
Fin Pour
S prend la valeur S-N
Afficher S
```

- 2. Deux nombres entiers distincts strictement positifs, sont dits **amicaux** si la somme des diviseurs propres de l'un (diviseurs autres que lui-même) égale l'autre. Vérifier que 5564 est l'ami d'un autre nombre, lequel ?
- 3. Les nombres 646 et 434 sont-ils amicaux ? Justifier votre réponse.