Exercice 1.	**1.**	$A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}$ donc $A^3=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}=0_3$	0,5
	2.	$(I_3-A)(I_3+A+A^2)=I_3+A+A^2-A\times I_3+A\times A+A\times A^2$ $=I_3+A+A^2-A+A^2+A^3=I_3+A^3=I_3+0_3$ $(I_3-A)(I_3+A+A^2)=I_3$	1,5
	3.	$B=\begin{pmatrix}1&-1&0\\0&1&-1\\0&0&1\end{pmatrix}=I_3-A$ D'après la question 2, $B\times(I_3+A+A^2)=I_3$. Il existe donc une matrice M, ici (I_3+A+A^2), telle que $B\times M=I_3$. On peut en déduire que la matrice B est inverse et son inverse est la matrice $M=I_3+A+A^2$.	2
Exercice 2.	**1.**	$A=\begin{pmatrix}-2&x\\5&2\end{pmatrix}$ $A^2=\begin{pmatrix}-2&x\\5&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2&x\\5&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+5x&0\\0&5x+4\end{pmatrix}$	1
	2.	$A^4=A^2\times A^2=\begin{pmatrix}4+5x&0\\0&5x+4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4+5x&0\\0&5x+4\end{pmatrix}$ $A^4=\begin{pmatrix}(4+5x)^2&0\\0&(4+5x)^2\end{pmatrix}$ $A^4=\begin{pmatrix}(4+5x)^2&0\\0&(4+5x)^2\end{pmatrix}=I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ $\Leftrightarrow (4+5x)^2=1$ $\Leftrightarrow 4+5x=1 \text{ ou } 4+5x=-1$ $\Leftrightarrow x=-\frac{3}{5} \text{ ou } x=-\frac{5}{5}=-1$	1
		Pour ces valeurs de x, on peut dire que $A^4=I_2=A\times A^3$ donc la matrice A est inverse et son inverse est A^3.	1
	3.	$B=A^2=\begin{pmatrix}4+5x&0\\0&5x+4\end{pmatrix}=(4+5x)\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=(4+5x)I_2$ Pout tout $x\neq-\frac{4}{5}$, $B\times\frac{1}{4+5x}I_2=I_2$ L'inverse de B sera $\frac{1}{4+5x}I_2$.	1
Exercice 3.	**1.**	Les données de l'énoncé conduisent au système suivant : $\begin{cases}x+y+z=122 \text{ nombre total d'appels}\\5x+2y+3z=440 \text{ pour les standardistes}\\10y+7z=580 \text{ pour les spécialisés}\end{cases}$	1

	2.	$A\times\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=B=\begin{pmatrix}1&1&1\\5&2&3\\0&10&7\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}122\\440\\580\end{pmatrix}$ Donc $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\5&2&3\\0&10&7\end{pmatrix}$ et $B=\begin{pmatrix}122\\440\\580\end{pmatrix}$	2
	3.	La matrice A est inversible et $A^{-1}=\begin{pmatrix}16&-3&-1\\35&-7&-2\\-50&10&3\end{pmatrix}$ $A\times X=B\Leftrightarrow X=A^{-1}\times B=\begin{pmatrix}16&-3&-1\\35&-7&-2\\-50&10&3\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}122\\440\\580\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}52\\30\\40\end{pmatrix}$ La société a donc reçu 52 appels de type F, 30 de type C et 40 de type T.	2
Exercice 4.	**A1**	La lettre L correspond au nombre $x=11$. Alors, $11\times7+5=82\equiv4\ [26]$ La lettre L sera donc codée par la lettre E.	1,5
	A2	Si $y\equiv7x+5\ [26]$ alors $15y\equiv105x+75\ [26]$ or $105=4\times26+1\equiv1\ [26]$ et $75=2\times26+23\equiv23\ [26]$ donc $15y\equiv x+23\ [26]$ d'où $15y+3\equiv x+26\ [26]\equiv x\ [26]$ Réciproquement : Si $x\equiv15y+3\ [26]$ alors $7x\equiv105y+21\ [26]$ donc $7x\equiv y+21\ [26]$ d'où $7x+5\equiv y+26\ [26]\equiv y\ [26]$	3
	A3	La lettre codée F correspond à $y=5$. donc $x\equiv15\times5+3\ [26]$ $x\equiv78\ [26]$ $x\equiv3\times26\ [26]\equiv0\ [26]$ La lettre codée F correspond donc à la lettre décodée A.	1,5

		Lettre codée	I	Y	Y	Q

Lettre codée	I	Y	Y	Q
Nombre associé	8	24	24	16
1er chiffre	19	25	25	9
2e chiffre	2	14	14	8
3e chiffre			5	19
4e chiffre			0	2
5e chiffre			3	7
6e chiffre				4

Le mot était CODE.

On peut se créer un programme de décodage :
En entrée Y est la valeur codée, et en sortie, X est la valeur décodée.

B

: Prompt Y
: 15*Y+3 $\boxed{\text{sto→}}$ X
: While $X \geq 26$
: $X - 26$ $\boxed{\text{sto→}}$ X
: End
: Disp X

Ou même un programme qui décode après plusieurs encodages :
: Prompt Y
: Prompt P
: For $(I, 1, P)$
: 15*Y+3 $\boxed{\text{sto→}}$ X
: While $X \geq 26$
: $X - 26$ $\boxed{\text{sto→}}$ X
: End
: X $\boxed{\text{sto→}}$ Y
: End
: Disp X

1