**Exercice 1.**

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & t \end{pmatrix}$ où $t \in \mathbb{R}^*$.

▶1. Pour quelle(s) valeurs de $t$, la matrice $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & t-1 \end{pmatrix}$ est-elle inversible ? Justifier votre réponse.

▶2. Pour tout $t \in \mathbb{R}^*$, $t \neq 1$

a) Donner l'inverse de la matrice $P$, calculer $D = P^{-1}AP$ et en déduire $D^n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

b) Démontrer par récurrence que, pour tout $\in \mathbb{N}$, $D^n = P^{-1}A^nP$.

c) En déduire, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $A^n$.

**Exercice 2.**

La suite $(u_n)$ est définie par $u_0 = 0$, $u_1 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = \frac{3}{2}u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$.

▶1. A l'aide d'un tableur, calculer les 30 premiers termes afin de conjecturer la nature de la suite $(u_n)$ (divergente ? convergente ? quelle limite ?).

▶2. Pour tout entier $n$, on pose

$$U_n = \begin{pmatrix} u_{n+1} \\ u_n \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad A = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Vérifier que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} = AU_n$.

b) Démontrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n = A^nU_0$.

▶3 a) La matrice $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ est-elle inversible ? si oui, donner son inverse.

b) On pose $D = P^{-1}AP$, démontrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $D^n = P^{-1}A^nP$.

c) Calculer $D = P^{-1}AP$, en déduire, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $D^n$ puis $A^n$.

▶4. En déduire, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n$ puis $u_n$. La suite $(u_n)$ est-elle convergente ?