On conserve dans une enceinte une population d'êtres unicellulaires qui ne peuvent se trouver que dans deux états physiologiques désignés par A et B. On désigne par a_n et b_n les effectifs des deux sous-populations (correspondant à chacun des deux états A et B) à l'instant n. Des observations menées sur une assez longue période permettent d'estimer que 95% des unicellulaires se trouvant à l'instant n dans l'état A n'ont pas changé d'état à l'instant $n+1$, non plus que 80% de ceux se trouvant à l'instant n dans l'état B ce qui se traduit par le système suivant :

$$\text{Pour tout } n \in \mathbb{N},\quad \begin{cases} a_{n+1} = 0{,}95a_n + 0{,}2b_n \\ b_{n+1} = 0{,}05a_n + 0{,}8b_n \end{cases}$$

L'effectif total s'élève à 500 000 individus.

▶1. La population à l'instant 0 satisfait $a_0 = 375\,000$. Faire le calcul des effectifs a_n et b_n pour ≤ 80 . Peut-on faire une conjecture sur le comportement des suites (a_n) et (b_n) ? Effectuer de nouveaux essais en prenant d'autres valeurs initiales (mais un effectif total identique).

▶2. Quel est le comportement de la suite de terme général, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = a_n - 400\,000$? Conclure.

TS Spécialité Mathématiques – Problème à deux compartiments

On conserve dans une enceinte une population d'êtres unicellulaires qui ne peuvent se trouver que dans deux états physiologiques désignés par A et B. On désigne par a_n et b_n les effectifs des deux sous-populations (correspondant à chacun des deux états A et B) à l'instant n. Des observations menées sur une assez longue période permettent d'estimer que 95% des unicellulaires se trouvant à l'instant n dans l'état A n'ont pas changé d'état à l'instant $n+1$, non plus que 80% de ceux se trouvant à l'instant n dans l'état B ce qui se traduit par le système suivant :

$$\text{Pour tout } n \in \mathbb{N},\quad \begin{cases} a_{n+1} = 0{,}95a_n + 0{,}2b_n \\ b_{n+1} = 0{,}05a_n + 0{,}8b_n \end{cases}$$

L'effectif total s'élève à 500 000 individus.

▶1. La population à l'instant 0 satisfait $a_0 = 375\,000$. Faire le calcul des effectifs a_n et b_n pour ≤ 80 . Peut-on faire une conjecture sur le comportement des suites (a_n) et (b_n) ? Effectuer de nouveaux essais en prenant d'autres valeurs initiales (mais un effectif total identique).

▶2. Quel est le comportement de la suite de terme général, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = a_n - 400\,000$? Conclure.

gaelle.buffet@ac-montpellier.fr http://gaellebuffet.free.fr/ décembre 16