

### Exercice 1.

- 1. Démontrer, **par récurrence**, que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , l'entier  $n(n+1)(2n+1)$  est divisible par 6.
- 2. Démontrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $3^{2n} - 2^n$  est divisible par 7.

### Exercice 2.

Voici un programme de calcul :

Prendre un nombre de 3 chiffres :  $\overline{abc}$   
Dupliquer ce nombre pour obtenir un nombre de 6 chiffres :  $\overline{abcabc}$   
Diviser le nombre obtenu par 13, puis par 7 et enfin par 11

Appliquer ce programme de calcul à plusieurs nombres. Que pouvez-vous conjecturer ?  
Démontrer ce résultat.

### Exercice 3.

- 1a) Déterminer le reste de la division euclidienne de  $13^4$  par 10.  
b) En déduire alors le chiffre des unités de  $13^{13}$ .
- 2. Déterminer le chiffre des unités de  $2017^{2017}$ . Justifier.