**Exercice 1.**

Partie A.

On donne la matrice $= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

▶1. Déterminer les matrices $M^2$ puis $M^3$.

▶2. Calculer $M^2 + 8M + 6I_3$ où $I_3$ est la matrice identité d'ordre 3.

▶3. En déduire que $M$ est inversible et déterminer $M^{-1}$.

Partie B.

Déterminer trois nombres $a$, $b$ et $c$ tels que la parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$ passe par les points $A(1;1)$, $B(-1;-1)$ et $B(2;5)$.

**Exercice 2.**

Soit $M$ une matrice carrée d'ordre $n \in \mathbb{N}^*$. On dit que la matrice $M$ est nilpotente s'il existe un entier $p$ non nul tel que $M^p$ est la matrice nulle d'ordre $n$.

▶1. Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Démontrer que les matrices $A$ et $B$ sont nilpotentes.

b) Démontrer que la matrice $A + B$ n'est pas nilpotente.

c) Démontrer que la matrice $A \times B$ n'est pas nilpotente.

▶2. Soit $N$ une matrice carrée d'ordre 2 telle que $N^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Calculer le produit $(I_2 - N)(I_2 + N)$.

**Exercice 1.**

Partie A.

On donne la matrice $= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

▶1. Déterminer les matrices $M^2$ puis $M^3$.

▶2. Calculer $M^2 + 8M + 6I_3$ où $I_3$ est la matrice identité d'ordre 3.

▶3. En déduire que $M$ est inversible et déterminer $M^{-1}$.

Partie B.

Déterminer trois nombres $a$, $b$ et $c$ tels que la parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$ passe par les points $A(1;1)$, $B(-1;-1)$ et $B(2;5)$.

**Exercice 2.**

Soit $M$ une matrice carrée d'ordre $n \in \mathbb{N}^*$. On dit que la matrice $M$ est nilpotente s'il existe un entier $p$ non nul tel que $M^p$ est la matrice nulle d'ordre $n$.

▶1. Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Démontrer que les matrices $A$ et $B$ sont nilpotentes.

b) Démontrer que la matrice $A + B$ n'est pas nilpotente.

c) Démontrer que la matrice $A \times B$ n'est pas nilpotente.

▶2. Soit $N$ une matrice carrée d'ordre 2 telle que $N^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Calculer le produit $(I_2 - N)(I_2 + N)$.