Exercice 1.	A1	$M=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&-1&1\\4&2&1\end{pmatrix}$ donc $M^2=\begin{pmatrix}6&2&3\\4&4&1\\10&4&7\end{pmatrix}$ et $M^3=\begin{pmatrix}20&10&11\\12&2&9\\42&20&21\end{pmatrix}$
	A2	$M^2+8M+6I_3=\begin{pmatrix}6&2&3\\4&4&1\\10&4&7\end{pmatrix}+8\begin{pmatrix}1&1&1\\1&-1&1\\4&2&1\end{pmatrix}+6\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ $M^2+8M+6I_3=\begin{pmatrix}20&10&11\\12&2&9\\42&20&21\end{pmatrix}=M^3$
	A3	$M^2+8M+6I_3=M^3$ $M^3-M^2-8M=6I_3$ $M\times(M^2-M-8I_3)=6I_3$ $M\times\frac{1}{6}(M^2-M-8I_3)=I_3$ On en déduit que M est inversible et déterminer $M^{-1}=\frac{1}{6}(M^2-M-8I_3)$
	B	La parabole passe par les points $A(1;1)$, $B(-1;-1)$ et $B(2;5)$ donc : $\begin{cases}1=a+b+c\\-1=a-b+c\\5=4a+2b+c\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{pmatrix}1&1&1\\1&-1&1\\4&2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\-1\\5\end{pmatrix}$ $\Leftrightarrow M\times\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\-1\\5\end{pmatrix}$ Puisque M est inversible alors $\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}=M^{-1}\times\begin{pmatrix}1\\-1\\5\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}&\frac{1}{6}&\frac{1}{3}\\\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}&0\\1&\frac{1}{3}&-\frac{1}{3}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1\\-1\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$ On en déduit que $a=1$, $b=1$ et $c=-1$. La parabole a donc pour équation : $y=x^2+x-1$
	1a	$A=\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}$ et $A^2=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$ donc A est nilpotente. $B=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$ et $B^2=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$ donc B est nilpotente.

Exercice 2.	1b	$A+B=\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$ $(A+B)^2=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=I_2$ $(A+B)^3=I_2\times(A+B)=(A+B)$ $(A+B)^4=(A+B)^2=I_2$ On en déduit que $\begin{cases}\text{Si } n \text{ est impair alors } (A+B)^n=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\neq 0_2\\ \text{Si } n \text{ est pair alors } (A+B)^n=I_2\neq 0_2\end{cases}$ Donc $A+B$ n'est pas nilpotente
	1c	$A\times B=\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$ $(A\times B)^2=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$ $(A\times B)^3=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$ On en déduit que $(A\times B)^n=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\neq 0_2$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$ Donc $A\times B$ n'est pas nilpotente
	2.	$(I_2-N)(I_2+N)=I_2\times I_2+I_2\times N-N\times I_2-N^2=I_2+N-N-\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$ $(I_2-N)(I_2+N)=I_2$