Vendredi 18 novembre 2022
Première Générale ➡ Contrôle n° 2

Table des matières

Première Générale ➡ Contrôle n° 2

Enoncé du sujet n° 1

Exercice 1. (6 points)

Lorsqu'on conduit une voiture, il est conseillé de laisser entre son propre véhicule et celui qui précède, une distance de sécurité D qui est fonction de la vitesse v à laquelle on roule. On admet que : $D(v) = 0{,}003v^2 + 0{,}3v + 4$ où v est exprimée en km.h^{-1} et D en mètres.

▶ 1. La distance de sécurité est-elle proportionnelle à la vitesse ? Justifier votre réponse.

▶ 2a) Résoudre $0{,}003x^2 + 0{,}3x + 4 < 64$.

b) Quelle est la vitesse à ne pas dépasser si on suit un véhicule à moins de 64 m ?

▶ 3. La société d'autoroute installe des panneaux de signalisation pour sensibiliser les conducteurs : « Un trait : danger, deux traits : sécurité ». Sachant qu'un trait mesure 38 m et que l'intervalle séparant deux traits mesure 19 m, avec cette consigne quelle sera la vitesse maximale que l'on peut atteindre en sécurité ? On arrondira la réponse.

Exercice 2. (3 points)

Résoudre l'inéquation $4x + 21 \leq \dfrac{-1}{x+4}$

Exercice 3. (8 points)

▶ 1. On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n, par $u_n = 5 - 2n^2$

a) Déterminer les termes : u_0, u_1, u_2 et u_{99}.

b) Pour tout entier naturel n, calculer $u_{n+1} - u_n$.

c) En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

▶ 2. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel non nul n, par $v_n = \dfrac{3^n}{n}$

a) Pour tout entier naturel non nul n, calculer $\frac{v_{n+1}}{v_n}$.

b) En déduire le sens de variation de la suite (v_n).

▶ 3. On considère la suite (w_n) définie, pour tout entier naturel n, par $w_n = \dfrac{n+2}{n+1}$.

a) Pour tout entier naturel n, calculer $w_{n+1} - w_n$.

b) En déduire le sens de variation de la suite (w_n).

Exercice 4. (3 points)

▶ 1. On considère la suite définie par $u_0 = 8$ et $u_{n+1} = u_n + 5 - 2(n+4)$ pour $n \in \mathbb{N}$.

a) Déterminer les premiers termes : u_1, u_2 et u_3.

b) Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).

▶ 2. ***Vrai ou Faux. Justifier votre réponse.***

Pour tout nombre a, b et c où $a \neq 0$

« Si $b = 0$ alors $ax^2 + bx + c = 0$ n'admet aucune solution »

Première Générale ➡ Contrôle n° 2

Enoncé du sujet n° 2

Exercice 1. (6 points)

Lorsqu'on conduit une voiture, il est conseillé de laisser entre son propre véhicule et celui qui précède, une distance de sécurité D qui est fonction de la vitesse v à laquelle on roule. On admet que : $D(v) = 0{,}004v^2 + 0{,}2v + 1$ où v est exprimée en km.h^{-1} et D en mètres.

▶ 1. La distance de sécurité est-elle proportionnelle à la vitesse ? Justifier votre réponse.

▶ 2a) Résoudre $0{,}004x^2 + 0{,}2x + 1 < 61$.

b) Quelle est la vitesse à ne pas dépasser si on suit un véhicule à moins de 61 m ?

▶ 3. La société d'autoroute installe des panneaux de signalisation pour sensibiliser les conducteurs : « Un trait : danger, deux traits : sécurité ». Sachant qu'un trait mesure 38 m et que l'intervalle séparant deux traits mesure 19 m, avec cette consigne quelle sera la vitesse maximale que l'on peut atteindre en sécurité ? On arrondira la réponse.

Exercice 2. (3 points)

Résoudre l'inéquation $4x + 3 \geq \dfrac{-1}{x+2}$

Exercice 3. (8 points)

▶ 1. On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n, par $u_n = 2 - 5n^2$

a) Déterminer les termes : u_0, u_1, u_2 et u_{99}.

b) Pour tout entier naturel n, calculer $u_{n+1} - u_n$.

c) En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

▶ 2. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel non nul n, par $v_n = \dfrac{5^n}{n}$

a) Pour tout entier naturel non nul n, calculer $\frac{v_{n+1}}{v_n}$.

b) En déduire le sens de variation de la suite (v_n).

▶ 3. On considère la suite (w_n) définie, pour tout entier naturel n, par $w_n = \dfrac{n+3}{n+2}$.

a) Pour tout entier naturel n, calculer $w_{n+1} - w_n$.

b) En déduire le sens de variation de la suite (w_n).

Exercice 4. (3 points)

▶ 1. On considère la suite définie par $u_0 = 7$ et $u_{n+1} = u_n + 4 - 3(n+2)$ pour $n \in \mathbb{N}$.

a) Déterminer les premiers termes : u_1, u_2 et u_3.

b) Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).

▶ 2. ***Vrai ou Faux. Justifier votre réponse.***

Pour tout nombre a, b et c où $a \neq 0$

« Si $b = 0$ alors $ax^2 + bx + c = 0$ n'admet aucune solution »

⬆

CORRECTION du contrôle n° $\boxed{2}$

Correction du sujet n° $\boxed{1}$

Exercice 1. (6 points)

Lorsqu'on conduit une voiture, il est conseillé de laisser entre son propre véhicule et celui qui précède, une distance de sécurité D qui est fonction de la vitesse v à laquelle on roule. On admet que : $D(v) = 0{,}003v^2 + 0{,}3v + 4$ où v est exprimée en km.h^{-1} et D en mètres.

▶ 1. La distance de sécurité est-elle proportionnelle à la vitesse ? Justifier votre réponse.

▶ 2a) Résoudre $0{,}003x^2 + 0{,}3x + 4 \ < 64$.

b) Quelle est la vitesse à ne pas dépasser si on suit un véhicule à moins de 64 m ?

▶ 3. La société d'autoroute installe des panneaux de signalisation pour sensibiliser les conducteurs : « Un trait : danger, deux traits : sécurité ». Sachant qu'un trait mesure 38 m et que l'intervalle séparant deux traits mesure 19 m, avec cette consigne quelle sera la vitesse maximale que l'on peut atteindre en sécurité ? On arrondira la réponse.

<table>
<tr><td rowspan="3">Exercice 1.</td><td rowspan="3">1.</td><td>Vitesse v en km.h^{-1}</td><td>60</td><td>30</td></tr>
<tr><td>Distance de sécurité D en mètres.</td><td>$D(60) = 0{,}003 \times 60^2 + 0{,}3 \times 60 + 4$
$= 32{,}8$</td><td>$D(30) = 15{,}7$</td></tr>
<tr><td colspan="3">$$\frac{\mathbf{32,8}}{\mathbf{15,7}} \neq \frac{\mathbf{60}}{\mathbf{30}}$$
La distance de sécurité n'est donc pas proportionnelle à la vitesse.
Si on se place du point de vue des fonctions : La distance de sécurité est une fonction du second degré de la vitesse. Il n'y a donc pas proportionnalité. Seules les fonctions linéaires correspondent à une proportionnalité entre les deux grandes mises en relation.</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>2a</td>
<td>

$$0{,}003x^2 + 0{,}3x + 4 \ < 64$$
$$\Leftrightarrow 0{,}003x^2 + 0{,}3x + 4 - 64 < 0$$
$$\Leftrightarrow 0{,}003x^2 + 0{,}3x - 60 < 0$$
$$\Delta = 0,3^2 - 4 \times 0{,}003 \times (-60) = 0{,}81 > 0$$

Il y a donc deux racines

$$x_1 = \frac{-0{,}3 - \sqrt{0{,}81}}{0{,}003 \times 2} = \frac{-0{,}3 - 0{,}9}{0{,}003 \times 2} = -200$$
$$x_2 = \frac{-0{,}3 + \sqrt{0{,}81}}{0{,}003 \times 2} = \frac{-0{,}3 + 0{,}9}{0{,}003 \times 2} = 100$$

Or $a = 0{,}003 > 0$, la parabole est donc tournée vers le haut

Les solutions sont donc $\mathcal{S} =]-200; 100[$

</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>2b</td>
<td>D'après la question précédente, la vitesse à ne pas dépasser si on suit un véhicule à moins de 64 m est de 100 km.h-1.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>3.</td>
<td>

La consigne permet de dire que la distance de sécurité doit être de

$38 + 19 + 38 = 95$ mètres.

Résolvons

$$0{,}003v^2 + 0{,}3v + 4 \ < 95$$
$$\Leftrightarrow 0{,}003v^2 + 0{,}3v + 4 - 95 < 0$$
$$\Leftrightarrow 0{,}003v^2 + 0{,}3v - 91 < 0$$
$$\Delta = 0,3^2 - 4 \times 0{,}003 \times (-91) = 1{,}182 > 0$$

Il y a donc deux racines

$$v_1 = \frac{-0{,}3 - \sqrt{1{,}182}}{0{,}003 \times 2} \approx -231$$
$$v_2 = \frac{-0{,}3 + \sqrt{1{,}182}}{0{,}003 \times 2} \approx 131$$

Or $a = 0{,}003 > 0$, la parabole est donc tournée vers le haut

Les solutions sont donc $\mathcal{S} =]0; 131[$.

Avec cette consigne, pour rester en sécurité, il ne faut pas dépasser la vitesse de 131 km.h-1.

</td>
</tr>
</table>

Exercice 2. (3 points)

Résoudre l'inéquation $4x + 21 \leq \dfrac{-1}{x+4}$

Exercice 2.

$$4x + 21 \leq \frac{-1}{x+4}$$
$$\Leftrightarrow 4x + 21 + \frac{1}{x+4} \leq 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{(4x+21)(x+4)+1}{x+4} \leq 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{4x^2+16x+21x+84+1}{x+4} \leq 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{4x^2+37x+85}{x+4} \leq 0$$

Etude du signe de $4x^2 + 37x + 85$:

$$\Delta = 37^2 - 4 \times 4 \times 85 = 9 > 0$$

Il y a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-37-3}{8} = -\frac{40}{8} = -5$$
$$x_2 = \frac{-37+3}{8} = -\frac{34}{8} = -\frac{17}{4}$$

De plus, $a = 4 > 0$, la parabole est donc tournée vers le haut

Etude du signe de $x + 4$:

$$x + 4 > 0$$
$$\Leftrightarrow x > -4$$

De plus, $a = 1 > 0$, la fonction affine $x \mapsto x + 4$ est croissante

x	$-\infty$		-5		$-\frac{17}{4}$		-4		$+\infty$
$4x^2+37x+85$		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
$x+4$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{4x^2+37x+85}{x+4}$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	

Les solutions sont donc $\mathcal{S} =]-\infty; -5] \cup \left[-\frac{17}{4}; -4\right[$

Exercice 3. (8 points)

▶ 1. On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n, par $u_n = 5 - 2n^2$

a) Déterminer les termes : u_0, u_1, u_2 et u_{99}.

b) Pour tout entier naturel n, calculer $u_{n+1} - u_n$.

c) En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

▶ 2. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel non nul n, par $v_n = \dfrac{3^n}{n}$

a) Pour tout entier naturel non nul n, calculer $\frac{v_{n+1}}{v_n}$.

b) En déduire le sens de variation de la suite (v_n).

▶ 3. On considère la suite (w_n) définie, pour tout entier naturel n, par $w_n = \dfrac{n+2}{n+1}$.

a) Pour tout entier naturel n, calculer $w_{n+1} - w_n$.

b) En déduire le sens de variation de la suite (w_n).

Exercice 3.	**1a**	$\forall n \in \mathbb{N},\ \ u_n = 5 - 2n^2$ $u_0 = 5 - 2 \times 0^2 = 5$ $u_1 = 5 - 2 \times 1^2 = 5 - 2 = 3$ $u_2 = 5 - 2 \times 2^2 = 5 - 8 = -3$ $u_{99} = 5 - 2 \times 99^2 = -19\,597$
	1b	Soit $n \in \mathbb{N}$ *quelconque*, $u_{n+1} - u_n = 5 - 2(n+1)^2 - (5 - 2n^2)$ $u_{n+1} - u_n = 5 - 2(n^2 + 2n + 1) - 5 + 2n^2$ $u_{n+1} - u_n = -2n^2 - 4n - 2 + 2n^2$ $u_{n+1} - u_n = -4n - 2$
	1c	Soit $n \in \mathbb{N}$ *quelconque*, $n \geq 0$ $\Leftrightarrow -4n \leq 0$ $\Leftrightarrow -4n - 2 \leq -2 < 0$ $\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n < 0$ $\Leftrightarrow u_{n+1} < u_n$ La suite (u_n) est donc décroissante.

	2a	$\forall n \in \mathbb{N}^*,\ \ v_n = \dfrac{3^n}{n}$ $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = \dfrac{\frac{3^{n+1}}{n+1}}{\frac{3^n}{n}} = \dfrac{3^{n+1}}{n+1} \times \dfrac{n}{3^n}$ $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = \dfrac{3^n \times 3}{n+1} \times \dfrac{n}{3^n} = \dfrac{3n}{n+1}$
	2b	Soit $n \in \mathbb{N}^*$ *quelconque,* $n > 0$ donc $n \geq 1$ $\Leftrightarrow n + n \geq n + 1$ $\Leftrightarrow 2n \geq n + 1$ or $3n \geq 2n$ donc $3n \geq n + 1$ $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = \dfrac{3n}{n+1} \geq 1$ J'en déduis que la suite (v_n) est croissante.
	3a	$\forall n \in \mathbb{N},\ \ w_n = \dfrac{n+2}{n+1}$ $w_{n+1} - w_n = \dfrac{n+1+2}{n+1+1} - \dfrac{n+2}{n+1} = \dfrac{n+3}{n+2} - \dfrac{n+2}{n+1}$ $w_{n+1} - w_n = \dfrac{(n+3)(n+1)}{(n+2)(n+1)} - \dfrac{(n+2)(n+2)}{(n+1)(n+2)}$ $w_{n+1} - w_n = \dfrac{(n+3)(n+1) - (n+2)^2}{(n+2)(n+1)}$ $w_{n+1} - w_n = \dfrac{n^2 + n + 3n + 3 - (n^2 + 4n + 4)}{(n+2)(n+1)}$ $w_{n+1} - w_n = \dfrac{n^2 + 4n + 3 - n^2 - 4n - 4}{(n+2)(n+1)}$ $w_{n+1} - w_n = \dfrac{-1}{(n+2)(n+1)}$

	3b	Soit $n \in \mathbb{N}$ *quelconque*, $$n \geq 0$$ $$\Leftrightarrow n+2>0 \quad \text{et} \quad n+1>0$$ $$\text{donc } (n+2)(n+1)>0$$ $$\text{or } -1<0$$ $$w_{n+1}-w_n=\frac{-1}{(n+2)(n+1)}<0$$ J'en déduis que la suite (w_n) est décroissante.

Exercice 4. (3 points)

▶ 1. On considère la suite définie par $u_0 = 8$ et $u_{n+1} = u_n + 5 - 2(n+4)$ pour $n \in \mathbb{N}$.
a) Déterminer les premiers termes : u_1, u_2 et u_3.
b) Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).

▶ 2. ***Vrai ou Faux. Justifier votre réponse.***
Pour tout nombre a, b et c où $a \neq 0$
« Si $b = 0$ alors $ax^2 + bx + c = 0$ n'admet aucune solution »

Exercice 4.	**1a**	$$\forall \boldsymbol{n} \in \mathbb{N},\ u_{\boldsymbol{n}+1} = u_{\boldsymbol{n}} + 5 - 2(\boldsymbol{n}+4)$$ Pour $n = \mathbf{0}$, $u_{\mathbf{0}+1} = u_{\mathbf{0}} + 5 - 2(\mathbf{0}+4)$ $$u_1 = 8+5-2\times4 = 5$$ Pour $n = \mathbf{1}$, $u_{\mathbf{1}+1} = u_{\mathbf{1}} + 5 - 2(\mathbf{1}+4)$ $$u_2 = 5+5-2\times5 = 0$$ Pour $n = \mathbf{2}$, $u_{\mathbf{2}+1} = u_{\mathbf{2}} + 5 - 2(\mathbf{2}+4)$ $$u_3 = 0+5-2\times6 = -7$$
	1b	Soit $n \in \mathbb{N}$ *quelconque*, $u_{\boldsymbol{n}+1} - u_{\boldsymbol{n}} = 5 - 2(\boldsymbol{n}+4) = 5-2n-8 = -2n-3$ $$\text{or } n \geq 0$$ $$\Leftrightarrow -2n \leq 0$$ $$\Leftrightarrow -2n-3 \leq -3 < 0$$ J'en déduis que la suite (u_n) est décroissante.

	2	« Si $b = 0$ alors $ax^2 + bx + c = 0$ n'admet aucune solution » $\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta = 0^2 - 4ac$ $\Delta = -4ac$ a et c sont des nombres quelconques donc ils peuvent être positifs ou négatifs. S'ils n'ont pas le même signe, alors le produit ac sera de signe négatif et Δ sera donc positif. L'affirmation est fausse, l'équation peut avoir des solutions si $b = 0$, il suffit que a et b soient de signe contraire. Contre-exemple : $x^2 - 1 = 0$ $\Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 4 > 0$ Il y a deux solutions $x = 1$ et $x = -1$.

Première Générale
CORRECTION du contrôle n° 2

Correction du sujet n° 2

Exercice 1. (6 points)

Lorsqu'on conduit une voiture, il est conseillé de laisser entre son propre véhicule et celui qui précède, une distance de sécurité D qui est fonction de la vitesse v à laquelle on roule. On admet que : $D(v) = 0{,}004v^2 + 0{,}2v + 1$ où v est exprimée en km.h^{-1} et D en mètres.

▶ 1. La distance de sécurité est-elle proportionnelle à la vitesse ? Justifier votre réponse.

▶ 2a) Résoudre $0{,}004x^2 + 0{,}2x + 1 \ < 61$.

b) Quelle est la vitesse à ne pas dépasser si on suit un véhicule à moins de 61 m ?

▶ 3. La société d'autoroute installe des panneaux de signalisation pour sensibiliser les conducteurs : « Un trait : danger, deux traits : sécurité ». Sachant qu'un trait mesure 38 m et que l'intervalle séparant deux traits mesure 19 m, avec cette consigne quelle sera la vitesse maximale que l'on peut atteindre en sécurité ? On arrondira la réponse.

<table>
<tr><td rowspan="3">Exercice 1.</td><td rowspan="3">1.</td><td>Vitesse v en km.h^{-1}</td><td>60</td><td>30</td></tr>
<tr><td>Distance de sécurité D en mètres.</td><td>$D(60) = 0{,}004 \times 60^2 + 0{,}2 \times 60 + 1$
$= 27{,}4$</td><td>$D(30) = 10{,}6$</td></tr>
<tr><td colspan="3">$$\frac{\mathbf{27,4}}{\mathbf{10,6}} \neq \frac{\mathbf{60}}{\mathbf{30}}$$
La distance de sécurité n'est donc pas proportionnelle à la vitesse.
Si on se place du point de vue des fonctions : La distance de sécurité est une fonction du second degré de la vitesse. Il n'y a donc pas proportionnalité. Seules les fonctions linéaires correspondent à une proportionnalité entre les deux grandes mises en relation.</td></tr>
</table>

	2a	$0{,}004x^2 + 0{,}2x + 1 < 61$ $\Leftrightarrow 0{,}004x^2 + 0{,}2x + 1 - 61 < 0$ $\Leftrightarrow 0{,}004x^2 + 0{,}2x - 60 < 0$ $\Delta = 0,2^2 - 4 \times 0{,}004 \times (-60) = 1 > 0$ Il y a donc deux racines $x_1 = \dfrac{-0{,}2 - \sqrt{1}}{0{,}004 \times 2} = \dfrac{-0{,}2 - 1}{0{,}004 \times 2} = -150$ $x_2 = \dfrac{-0{,}2 + \sqrt{1}}{0{,}004 \times 2} = \dfrac{-0{,}2 + 1}{0{,}004 \times 2} = 100$ Or $a = 0{,}004 > 0$, la parabole est donc tournée vers le haut Les solutions sont donc $\mathcal{S} =]-150; 100[$
	2b	D'après la question précédente, la vitesse à ne pas dépasser si on suit un véhicule à moins de 61 m est de 100 km.h^{-1}.
	3.	 La consigne permet de dire que la distance de sécurité doit être de $38 + 19 + 38 = 95$ mètres. Résolvons $0{,}004v^2 + 0{,}2v + 1 < 95$ $\Leftrightarrow 0{,}004v^2 + 0{,}2v + 1 - 95 < 0$ $\Leftrightarrow 0{,}004v^2 + 0{,}2v - 94 < 0$ $\Delta = 0,2^2 - 4 \times 0{,}004 \times (-94) = 1{,}544 > 0$ Il y a donc deux racines $v_1 = \dfrac{-0{,}2 - \sqrt{1{,}544}}{0{,}004 \times 2} \approx -180$ $v_2 = \dfrac{-0{,}2 + \sqrt{1{,}544}}{0{,}004 \times 2} \approx 130$ Or $a = 0{,}004 > 0$, la parabole est donc tournée vers le haut Les solutions sont donc $\mathcal{S} =]0; 130[$. Avec cette consigne, pour rester en sécurité, il ne faut pas dépasser la vitesse de 130 km.h^{-1}.

Exercice 2. (3 points)

Résoudre l'inéquation $4x+3 \geq \dfrac{-1}{x+2}$

Exercice 2.

$$4x+3 \geq \frac{-1}{x+2}$$
$$\Leftrightarrow 4x+3+\frac{1}{x+2} \geq 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{(4x+3)(x+2)+1}{x+2} \geq 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{4x^2+8x+3x+6+1}{x+2} \geq 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{4x^2+11x+7}{x+2} \geq 0$$

Etude du signe de $4x^2+11x+7$:

$$\Delta = 11^2 - 4 \times 4 \times 7 = 9 > 0$$

Il y a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-11-3}{8} = \frac{-14}{8} = \frac{-7}{4}$$
$$x_2 = \frac{-11+3}{8} = -\frac{8}{8} = -1$$

De plus, $a = 4 > 0$, la parabole est donc tournée vers le haut

Etude du signe de $x+2$:

$$x+2 > 0$$
$$\Leftrightarrow x > -2$$

De plus, $a = 1 > 0$, la fonction affine $x \longmapsto x+2$ est croissante

x	$-\infty$		-2		$-\frac{7}{4}$		-1		$+\infty$
$4x^2+11x+7$		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$\frac{4x^2+11x+7}{x+2}$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Les solutions sont donc $\mathcal{S} = \left]-2; -\frac{7}{4}\right] \cup [-1; +\infty[$

Exercice 3. (8 points)

▶ 1. On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n, par $u_n = 2 - 5n^2$

a) Déterminer les termes : u_0, u_1, u_2 et u_{99}.

b) Pour tout entier naturel n, calculer $u_{n+1} - u_n$.

c) En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

▶ 2. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel non nul n, par $v_n = \dfrac{5^n}{n}$

a) Pour tout entier naturel non nul n, calculer $\frac{v_{n+1}}{v_n}$.

b) En déduire le sens de variation de la suite (v_n).

▶ 3. On considère la suite (w_n) définie, pour tout entier naturel n, par $w_n = \dfrac{n+3}{n+2}$.

a) Pour tout entier naturel n, calculer $w_{n+1} - w_n$.

b) En déduire le sens de variation de la suite (w_n).

<table>
<tr><td rowspan="3">Exercice 3.</td><td>1a</td><td>$\forall n \in \mathbb{N},\ \ u_n = 2 - 5n^2$
$$u_0 = 2 - 5 \times 0^2 = 2$$
$$u_1 = 2 - 5 \times 1^2 = 2 - 5 = -3$$
$$u_2 = 2 - 5 \times 2^2 = 2 - 20 = -18$$
$$u_{99} = 2 - 5 \times 99^2 = -49\,003$$</td></tr>
<tr><td>1b</td><td>Soit $n \in \mathbb{N}$ quelconque,
$u_{n+1} - u_n = 2 - 5(n+1)^2 - (2 - 5n^2)$
$u_{n+1} - u_n = 2 - 5(n^2 + 2n + 1) - 2 + 5n^2$
$u_{n+1} - u_n = -5n^2 - 10n - 5 + 5n^2$
$u_{n+1} - u_n = -10n - 5$</td></tr>
<tr><td>1c</td><td>Soit $n \in \mathbb{N}$ quelconque,
$$n \geq 0$$
$$\Leftrightarrow -10n \leq 0$$
$$\Leftrightarrow -10n - 5 \leq -5 < 0$$
$$\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n < 0$$
$$\Leftrightarrow u_{n+1} < u_n$$
La suite (u_n) est donc décroissante.</td></tr>
</table>

	2a	$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad v_n = \dfrac{5^n}{n}$ $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = \dfrac{\dfrac{5^{n+1}}{n+1}}{\dfrac{5^n}{n}} = \dfrac{5^{n+1}}{n+1} \times \dfrac{n}{5^n}$ $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = \dfrac{5^n \times 5}{n+1} \times \dfrac{n}{5^n} = \dfrac{5n}{n+1}$
	2b	Soit $n \in \mathbb{N}^*$ *quelconque,* $n > 0$ donc $n \geq 1$ $\Leftrightarrow n + n \geq n + 1$ $\Leftrightarrow 2n \geq n + 1$ or $5n \geq 2n$ donc $5n \geq n + 1$ $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = \dfrac{5n}{n+1} \geq 1$ J'en déduis que la suite (v_n) est croissante.
	3a	$\forall n \in \mathbb{N}, \quad w_n = \dfrac{n+3}{n+2}$ $w_{n+1} - w_n = \dfrac{n+1+3}{n+1+2} - \dfrac{n+3}{n+2} = \dfrac{n+4}{n+3} - \dfrac{n+3}{n+2}$ $w_{n+1} - w_n = \dfrac{(n+4)(n+2)}{(n+3)(n+2)} - \dfrac{(n+3)(n+3)}{(n+2)(n+3)}$ $w_{n+1} - w_n = \dfrac{(n+4)(n+2) - (n+3)^2}{(n+3)(n+2)}$ $w_{n+1} - w_n = \dfrac{n^2 + 2n + 4n + 8 - (n^2 + 6n + 9)}{(n+3)(n+2)}$ $w_{n+1} - w_n = \dfrac{n^2 + 6n + 8 - n^2 - 6n - 9}{(n+3)(n+2)}$ $w_{n+1} - w_n = \dfrac{-1}{(n+3)(n+2)}$

	3b	Soit $n \in \mathbb{N}$ *quelconque*, $$n \geq 0$$ $$\Leftrightarrow n+2>0 \quad \text{et} \quad n+3>0$$ $$\text{donc } (n+2)(n+3)>0$$ $$\text{or } -1<0$$ $$w_{n+1}-w_n=\frac{-1}{(n+3)(n+2)}<0$$ J'en déduis que la suite (w_n) est décroissante.

Exercice 4. (3 points)

▶ 1. On considère la suite définie par $u_0 = 7$ et $u_{n+1} = u_n + 4 - 3(n+2)$ pour $n \in \mathbb{N}$.

a) Déterminer les premiers termes : u_1, u_2 et u_3.

b) Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).

▶ 2. ***Vrai ou Faux. Justifier votre réponse.***

Pour tout nombre a, b et c où $a \neq 0$

« Si $b = 0$ alors $ax^2 + bx + c = 0$ n'admet aucune solution »

Exercice 4.	**1a**	$$\forall \boldsymbol{n} \in \mathbb{N},\ u_{\boldsymbol{n}+1}=u_{\boldsymbol{n}}+4-3(\boldsymbol{n}+2)$$ Pour $n=\mathbf{0}$, $u_{\mathbf{0}+1}=u_{\mathbf{0}}+4-3(\mathbf{0}+2)$ $$u_1=7+4-3\times 2=5$$ Pour $n=\mathbf{1}$, $u_{\mathbf{1}+1}=u_{\mathbf{1}}+4-3(\mathbf{1}+2)$ $$u_2=5+4-3\times 3=0$$ Pour $n=\mathbf{2}$, $u_{\mathbf{2}+1}=u_{\mathbf{2}}+4-3(\mathbf{2}+2)$ $$u_3=0+4-3\times 4=-8$$
	1b	Soit $n \in \mathbb{N}$ *quelconque*, $u_{\boldsymbol{n}+1}-u_{\boldsymbol{n}}=4-3(n+2)=4-3n-6=-3n-2$ $$\text{or } n \geq 0$$ $$\Leftrightarrow -3n \leq 0$$ $$\Leftrightarrow -3n-2 \leq -2 < 0$$ J'en déduis que la suite (u_n) est décroissante.

	2	« Si $b = 0$ alors $ax^2 + bx + c = 0$ n'admet aucune solution » $\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta = 0^2 - 4ac$ $\Delta = -4ac$ a et c sont des nombres quelconques donc ils peuvent être positifs ou négatifs. S'ils n'ont pas le même signe, alors le produit ac sera de signe négatif et Δ sera donc positif. L'affirmation est fausse, l'équation peut avoir des solutions si $b = 0$, il suffit que a et b soient de signe contraire. Contre-exemple : $x^2 - 1 = 0$ $\Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 4 > 0$ Il y a deux solutions $x = 1$ et $x = -1$.