

Table des matières

Première Générale ➡ Contrôle n° 3	2
Enoncé du sujet n° 1	2
Première Générale ➡ Contrôle n° 3	3
Enoncé du sujet n° 2	3
CORRECTION du contrôle n° 3	4
Correction du sujet n° 1	4
Exercice 1. (8 points)	4
Exercice 2. (11 points)	5
Exercice 3. (1 point)	7
CORRECTION du contrôle n° 3	8
Correction du sujet n° 2	8
Exercice 1. (8 points)	8
Exercice 2. (11 points)	9
Exercice 3. (1 point)	11

Énoncé du sujet n° 1

Exercice 1. (8 points)

Un médicament est prescrit sous forme d'injections qui doivent être administrées une fois par semaine. Pour un patient de 50 kg, le volume de la première dose est de 1 dL.

Chaque semaine, le volume de la dose administrée est augmenté de 5 %.

Dès que le volume de la dose administrée est supérieur ou égal au double du volume initial, on interrompt le traitement après cette dernière injection.

Pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, on note u_n le volume de la n^e dose hebdomadaire en dL, ainsi $u_1 = 1$.

- ▶ 1. Déterminer u_2 et u_3 , arrondir au centième.
- ▶ 2 a) Pour tout entier naturel non nul n , exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
 - b) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? On donnera ses paramètres.
 - c) Pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, exprimer u_n en fonction de n .
- ▶ 3. Calculer le volume administré lors de la 10^e injection, arrondir au centième.
- ▶ 4. Au bout de combien d'injection le traitement va-t-il s'interrompre ? Justifier votre réponse.
- ▶ 5a) Calculer $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{16}$. En déduire le volume total de médicament administré au patient lors de l'ensemble de ce traitement.

Exercice 2. (11 points)

Les abeilles assurent la reproduction de plus des trois-quarts des espèces végétales du globe terrestre grâce à la pollinisation. Depuis quelques années, on constate une diminution du nombre d'abeilles à cause de l'évolution du climat et de l'utilisation d'insecticides.

Partie A.

Le 1^{er} mai, on observe une colonie constituée de 40 000 abeilles. On estime que, dans cette colonie, 1 000 abeilles naissent chaque jour et 500 décèdent chaque jour de manière naturelle.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note a_n le nombre d'abeilles dans la colonie au bout de n^e jour et $a_0 = 40\,000$.

- ▶ 1. Déterminer a_1 .
- ▶ 2 a) Pour tout entier naturel n , exprimer a_{n+1} en fonction de a_n .
 - b) Quelle est la nature de la suite (a_n) ? On donnera ses paramètres.
 - c) Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, exprimer a_n en fonction de n .
- ▶ 3. Calculer le nombre d'abeilles dans la colonie le 31 mai.
- ▶ 4. Déterminer le nombre de jours nécessaires pour que la population de cette colonie atteigne les 60 000 individus.

Partie B.

Après ce premier temps d'observation, un insecticide est régulièrement pulvérisé dans le champ près duquel les abeilles butinent.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note u_n le nombre d'abeilles dans la colonie n jour après le début des pulvérisations de l'insecticide. On a donc $u_0 = 60\,000$ et on estime que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 0,8 u_n + 500$.

- ▶ 1. Calculer le nombre d'abeilles dans la colonie un jour après le début des pulvérisations.
- ▶ 2. On considère la suite définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_n = u_n - 2\,500$
 - a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique. On donnera ses paramètres.
 - b) Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, exprimer v_n en fonction de n .
 - c) En déduire, pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, exprimer u_n en fonction de n .
- ▶ 3. Des études ont montré qu'une colonie d'abeilles n'est plus en mesure d'assurer sa survie si elle compte moins de 5 000 individus. La colonie étudiée va-t-elle survivre sur le très long terme ? Justifier la réponse.

Exercice 3. (1 point)

Calculer, en justifiant, la somme $S = 5 + 10 + 15 + 20 + 25 + \dots + 495 + 500$.

Énoncé du sujet n° 2

Exercice 1. (8 points)

Un médicament est prescrit sous forme d'injections qui doivent être administrées une fois par semaine. Pour un patient de 50 kg, le volume de la première dose est de 1 dL.

Chaque semaine, le volume de la dose administrée est augmenté de 4 %.

Dès que le volume de la dose administrée est supérieur ou égal au double du volume initial, on interrompt le traitement après cette dernière injection.

Pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, on note u_n le volume de la n^e dose hebdomadaire en dL, ainsi $u_1 = 1$.

- ▶ 1. Déterminer u_2 et u_3 , arrondir au centième.
- ▶ 2 a) Pour tout entier naturel non nul n , exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
 - b) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? On donnera ses paramètres.
 - c) Pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, exprimer u_n en fonction de n .
- ▶ 3. Calculer le volume administré lors de la 10^e injection, arrondir au centième.
- ▶ 4. Au bout de combien d'injection le traitement va-t-il s'interrompre ? Justifier votre réponse.
- ▶ 5a) Calculer $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{19}$. En déduire le volume total de médicament administré au patient lors de l'ensemble de ce traitement.

Exercice 2. (11 points)

Les abeilles assurent la reproduction de plus des trois-quarts des espèces végétales du globe terrestre grâce à la pollinisation. Depuis quelques années, on constate une diminution du nombre d'abeilles à cause de l'évolution du climat et de l'utilisation d'insecticides.

Partie A.

Le 1^{er} mai, on observe une colonie constituée de 50 000 abeilles. On estime que, dans cette colonie, 1 000 abeilles naissent chaque jour et 500 décèdent chaque jour de manière naturelle.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note a_n le nombre d'abeilles dans la colonie au bout de n^e jour et $a_0 = 50\,000$.

- ▶ 1. Déterminer a_1 .
- ▶ 2 a) Pour tout entier naturel n , exprimer a_{n+1} en fonction de a_n .
 - b) Quelle est la nature de la suite (a_n) ? On donnera ses paramètres.
 - c) Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, exprimer a_n en fonction de n .
- ▶ 3. Calculer le nombre d'abeilles dans la colonie le 31 mai.
- ▶ 4. Déterminer le nombre de jours nécessaires pour que la population de cette colonie atteigne les 70 000 individus.

Partie B.

Après ce premier temps d'observation, un insecticide est régulièrement pulvérisé dans le champ près duquel les abeilles butinent.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note u_n le nombre d'abeilles dans la colonie n jour après le début des pulvérisations de l'insecticide. On a donc $u_0 = 70\,000$ et on estime que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 0,9 u_n + 400$.

- ▶ 1. Calculer le nombre d'abeilles dans la colonie un jour après le début des pulvérisations.
- ▶ 2. On considère la suite définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_n = u_n - 4\,000$
 - a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique. On donnera ses paramètres.
 - b) Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, exprimer v_n en fonction de n .
 - c) En déduire, pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, exprimer u_n en fonction de n .
- ▶ 3. Des études ont montré qu'une colonie d'abeilles n'est plus en mesure d'assurer sa survie si elle compte moins de 5 000 individus. La colonie étudiée va-t-elle survivre sur le très long terme ? Justifier la réponse.

Exercice 3. (1 point)

Calculer, en justifiant, la somme $S = 5 + 10 + 15 + 20 + 25 + \dots + 495 + 500$.

CORRECTION du contrôle n° 3**Correction du sujet n° 1****Exercice 1. (8 points)**

Un médicament est prescrit sous forme d'injections qui doivent être administrées une fois par semaine. Pour un patient de 50 kg, le volume de la première dose est de 1 dL.

Chaque semaine, le volume de la dose administrée est augmenté de 5 %.

Dès que le volume de la dose administrée est supérieur ou égal au double du volume initial, on interrompt le traitement après cette dernière injection.

Pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, on note u_n le volume de la n^e dose hebdomadaire en dL, ainsi $u_1 = 1$.

- ▶ 1. Déterminer u_2 et u_3 , arrondir au centième.
- ▶ 2 a) Pour tout entier naturel non nul n , exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
 - b) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? On donnera ses paramètres.
 - c) Pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, exprimer u_n en fonction de n .
- ▶ 3. Calculer le volume administré lors de la 10^e injection, arrondir au centième.
- ▶ 4. Au bout de combien d'injection le traitement va-t-il s'interrompre ? Justifier votre réponse.
- ▶ 5. Calculer $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{16}$. En déduire le volume total de médicament administré au patient lors de l'ensemble de ce traitement.

Exercice 1.	1.	$u_1 = 1$ Chaque semaine, le volume de la dose administrée est augmenté de 5 % ce qui revient à multiplier la dose par 1,05 $u_2 = 1 \times 1,05 = 1,05$ $u_3 = 1,05 \times 1,05 \approx 1,10$
	2a	Pour tout entier naturel non nul n , $u_{n+1} = 1,05 \times u_n$.
	2b	La suite (u_n) est donc géométrique de raison 1,05 et de 1 ^{er} terme $u_1 = 1$.
	2c	On en déduit que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = u_0 \times q^n = u_1 \times q^{n-1} = 1 \times 1,05^{n-1} = 1,05^{n-1}$
	3.	$u_{10} = 1,05^9 \approx 1,55$ La 10 ^e injection sera de 1,55 dL.
	4.	Dès que le volume de la dose administrée est supérieur ou égal au double du volume initial, on interrompt le traitement après cette dernière injection. On souhaite donc que $u_n = 1,05^{n-1} \geq 2 \times 1$ dL A l'aide de la calculatrice, $u_{15} = 1,05^{14} \approx 1,98$ et $u_{16} = 1,05^{15} \approx 2,08$. Le traitement s'interrompra donc après la 16 ^e injection.

5.	$S = u_1 + u_2 + \dots + u_{16}$ $S = 1 + 1,05 + 1,05^2 + \dots + 1,05^{15}$ $S = \frac{1 - 1,05^{16}}{1 - 1,05}$ $S = \frac{1 - 1,05^{16}}{-0,05}$ $S = -20(1 - 1,05^{16}) = 20(1,05^{16} - 1) \approx 23,66$ <p>J'en déduis que le volume total de médicament administré au patient lors de l'ensemble de ce traitement est de 23,66 dL.</p>																																																		
	<table border="1"> <tr><td>injection n°1</td><td>1</td><td>1,00</td></tr> <tr><td>injection n°2</td><td>2</td><td>1,05</td></tr> <tr><td>injection n°3</td><td>3</td><td>1,10</td></tr> <tr><td>injection n°4</td><td>4</td><td>1,16</td></tr> <tr><td>injection n°5</td><td>5</td><td>1,22</td></tr> <tr><td>injection n°6</td><td>6</td><td>1,28</td></tr> <tr><td>injection n°7</td><td>7</td><td>1,34</td></tr> <tr><td>injection n°8</td><td>8</td><td>1,41</td></tr> <tr><td>injection n°9</td><td>9</td><td>1,48</td></tr> <tr><td>injection n°10</td><td>10</td><td>1,55</td></tr> <tr><td>injection n°11</td><td>11</td><td>1,63</td></tr> <tr><td>injection n°12</td><td>12</td><td>1,71</td></tr> <tr><td>injection n°13</td><td>13</td><td>1,80</td></tr> <tr><td>injection n°14</td><td>14</td><td>1,89</td></tr> <tr><td>injection n°15</td><td>15</td><td>1,98</td></tr> <tr><td>injection n°16</td><td>16</td><td>2,08</td></tr> <tr><td colspan="2">Somme</td><td>23,66</td></tr> </table>	injection n°1	1	1,00	injection n°2	2	1,05	injection n°3	3	1,10	injection n°4	4	1,16	injection n°5	5	1,22	injection n°6	6	1,28	injection n°7	7	1,34	injection n°8	8	1,41	injection n°9	9	1,48	injection n°10	10	1,55	injection n°11	11	1,63	injection n°12	12	1,71	injection n°13	13	1,80	injection n°14	14	1,89	injection n°15	15	1,98	injection n°16	16	2,08	Somme	
injection n°1	1	1,00																																																	
injection n°2	2	1,05																																																	
injection n°3	3	1,10																																																	
injection n°4	4	1,16																																																	
injection n°5	5	1,22																																																	
injection n°6	6	1,28																																																	
injection n°7	7	1,34																																																	
injection n°8	8	1,41																																																	
injection n°9	9	1,48																																																	
injection n°10	10	1,55																																																	
injection n°11	11	1,63																																																	
injection n°12	12	1,71																																																	
injection n°13	13	1,80																																																	
injection n°14	14	1,89																																																	
injection n°15	15	1,98																																																	
injection n°16	16	2,08																																																	
Somme		23,66																																																	



Exercice 2. (11 points)

Les abeilles assurent la reproduction de plus des trois-quarts des espèces végétales du globe terrestre grâce à la pollinisation. Depuis quelques années, on constate une diminution du nombre d'abeilles à cause de l'évolution du climat et de l'utilisation d'insecticides.

Partie A.

Le 1^{er} mai, on observe une colonie constituée de 40 000 abeilles. On estime que, dans cette colonie, 1 000 abeilles naissent chaque jour et 500 décèdent chaque jour de manière naturelle.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note a_n le nombre d'abeilles dans la colonie au bout de n^e jour et $a_0 = 40\,000$.

- ▶ 1. Déterminer a_1 .
- ▶ 2 a) Pour tout entier naturel n , exprimer a_{n+1} en fonction de a_n .
 - b) Quelle est la nature de la suite (a_n) ? On donnera ses paramètres.
 - c) Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, exprimer a_n en fonction de n .
- ▶ 3. Calculer le nombre d'abeilles dans la colonie le 31 mai.
- ▶ 4. Déterminer le nombre de jours nécessaires pour que la population de cette colonie atteigne les 60 000 individus.

Partie B.

Après ce premier temps d'observation, un insecticide est régulièrement pulvérisé dans le champ près

duquel les abeilles butinent.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note u_n le nombre d'abeilles dans la colonie n jour après le début des pulvérisations de l'insecticide. On a donc $u_0 = 60\ 000$ et on estime que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 0,8 u_n + 500$.

► 1. Calculer le nombre d'abeilles dans la colonie un jour après le début des pulvérisations.

► 2. On considère la suite définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_n = u_n - 2\ 500$

a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique. On donnera ses paramètres.

b) Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, exprimer v_n en fonction de n .

c) En déduire, pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, exprimer u_n en fonction de n .

► 3. Des études ont montré qu'une colonie d'abeilles n'est plus en mesure d'assurer sa survie si elle compte moins de 5 000 individus. La colonie étudiée va-t-elle survivre sur le très long terme ? Justifier la réponse.

Exercice 2.	Partie A.	<p>1. $a_0 = 40\ 000$</p> <p>1 000 abeilles naissent chaque jour et 500 décèdent chaque jour de manière naturelle : $a_1 = 40\ 000 + 1\ 000 - 500 = 40\ 500$</p>																																																																																																																																																																				
		<p>2a Pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = a_n + 1\ 000 - 500 = a_n + 500$</p>																																																																																																																																																																				
		<p>2b La suite (a_n) est donc arithmétique de raison 500 et de 1^{er} terme $u_0 = 40\ 000$.</p>																																																																																																																																																																				
		<p>2c Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, on a alors $a_n = a_0 + r \times n = 40\ 000 + 500n$.</p>																																																																																																																																																																				
		<p>3. Le nombre d'abeilles dans la colonie le 31 mai est donné par le terme a_{30} :</p> $a_n = 40\ 000 + 500 \times 30 = 55\ 000$																																																																																																																																																																				
	<p>4. La population de cette colonie atteindra les 60 000 individus lorsque</p> $a_n \geq 60\ 000$ $\Leftrightarrow 40\ 000 + 500 n \geq 60\ 000$ $\Leftrightarrow 500 n \geq 60\ 000 - 40\ 000$ $\Leftrightarrow 500 n \geq 20\ 000$ $\Leftrightarrow n \geq \frac{20\ 000}{500}$ $\Leftrightarrow n \geq 40$ <p>Au bout de 40 jours la population de cette colonie atteindra les 60 000 individus.</p> <table border="1"> <tr> <td>01-mai</td><td>0</td><td>40000</td><td></td><td>16-mai</td><td>15</td><td>47500</td><td></td><td>31-mai</td><td>30</td><td>55000</td></tr> <tr> <td>02-mai</td><td>1</td><td>40500</td><td></td><td>17-mai</td><td>16</td><td>48000</td><td></td><td>01-juin</td><td>31</td><td>55500</td></tr> <tr> <td>03-mai</td><td>2</td><td>41000</td><td></td><td>18-mai</td><td>17</td><td>48500</td><td></td><td>02-juin</td><td>32</td><td>56000</td></tr> <tr> <td>04-mai</td><td>3</td><td>41500</td><td></td><td>19-mai</td><td>18</td><td>49000</td><td></td><td>03-juin</td><td>33</td><td>56500</td></tr> <tr> <td>05-mai</td><td>4</td><td>42000</td><td></td><td>20-mai</td><td>19</td><td>49500</td><td></td><td>04-juin</td><td>34</td><td>57000</td></tr> <tr> <td>06-mai</td><td>5</td><td>42500</td><td></td><td>21-mai</td><td>20</td><td>50000</td><td></td><td>05-juin</td><td>35</td><td>57500</td></tr> <tr> <td>07-mai</td><td>6</td><td>43000</td><td></td><td>22-mai</td><td>21</td><td>50500</td><td></td><td>06-juin</td><td>36</td><td>58000</td></tr> <tr> <td>08-mai</td><td>7</td><td>43500</td><td></td><td>23-mai</td><td>22</td><td>51000</td><td></td><td>07-juin</td><td>37</td><td>58500</td></tr> <tr> <td>09-mai</td><td>8</td><td>44000</td><td></td><td>24-mai</td><td>23</td><td>51500</td><td></td><td>08-juin</td><td>38</td><td>59000</td></tr> <tr> <td>10-mai</td><td>9</td><td>44500</td><td></td><td>25-mai</td><td>24</td><td>52000</td><td></td><td>09-juin</td><td>39</td><td>59500</td></tr> <tr> <td>11-mai</td><td>10</td><td>45000</td><td></td><td>26-mai</td><td>25</td><td>52500</td><td></td><td>10-juin</td><td>40</td><td>60000</td></tr> <tr> <td>12-mai</td><td>11</td><td>45500</td><td></td><td>27-mai</td><td>26</td><td>53000</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>13-mai</td><td>12</td><td>46000</td><td></td><td>28-mai</td><td>27</td><td>53500</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>14-mai</td><td>13</td><td>46500</td><td></td><td>29-mai</td><td>28</td><td>54000</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr> <td>15-mai</td><td>14</td><td>47000</td><td></td><td>30-mai</td><td>29</td><td>54500</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	01-mai	0	40000		16-mai	15	47500		31-mai	30	55000	02-mai	1	40500		17-mai	16	48000		01-juin	31	55500	03-mai	2	41000		18-mai	17	48500		02-juin	32	56000	04-mai	3	41500		19-mai	18	49000		03-juin	33	56500	05-mai	4	42000		20-mai	19	49500		04-juin	34	57000	06-mai	5	42500		21-mai	20	50000		05-juin	35	57500	07-mai	6	43000		22-mai	21	50500		06-juin	36	58000	08-mai	7	43500		23-mai	22	51000		07-juin	37	58500	09-mai	8	44000		24-mai	23	51500		08-juin	38	59000	10-mai	9	44500		25-mai	24	52000		09-juin	39	59500	11-mai	10	45000		26-mai	25	52500		10-juin	40	60000	12-mai	11	45500		27-mai	26	53000					13-mai	12	46000		28-mai	27	53500					14-mai	13	46500		29-mai	28	54000					15-mai	14	47000		30-mai	29	54500				
01-mai	0	40000		16-mai	15	47500		31-mai	30	55000																																																																																																																																																												
02-mai	1	40500		17-mai	16	48000		01-juin	31	55500																																																																																																																																																												
03-mai	2	41000		18-mai	17	48500		02-juin	32	56000																																																																																																																																																												
04-mai	3	41500		19-mai	18	49000		03-juin	33	56500																																																																																																																																																												
05-mai	4	42000		20-mai	19	49500		04-juin	34	57000																																																																																																																																																												
06-mai	5	42500		21-mai	20	50000		05-juin	35	57500																																																																																																																																																												
07-mai	6	43000		22-mai	21	50500		06-juin	36	58000																																																																																																																																																												
08-mai	7	43500		23-mai	22	51000		07-juin	37	58500																																																																																																																																																												
09-mai	8	44000		24-mai	23	51500		08-juin	38	59000																																																																																																																																																												
10-mai	9	44500		25-mai	24	52000		09-juin	39	59500																																																																																																																																																												
11-mai	10	45000		26-mai	25	52500		10-juin	40	60000																																																																																																																																																												
12-mai	11	45500		27-mai	26	53000																																																																																																																																																																
13-mai	12	46000		28-mai	27	53500																																																																																																																																																																
14-mai	13	46500		29-mai	28	54000																																																																																																																																																																
15-mai	14	47000		30-mai	29	54500																																																																																																																																																																

Partie B.	1.	<p>Le nombre d'abeilles dans la colonie un jour après le début des pulvérisations est donné par u_1.</p> $u_1 = 0,8 u_0 + 500$ $u_1 = 0,8 \times 60\,000 + 500 = 48\,500$
	2a	<p>Pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_n = u_n - 2\,500$</p> $v_{n+1} = u_{n+1} - 2\,500$ $v_{n+1} = 0,8 u_n + 500 - 2\,500$ $v_{n+1} = 0,8 u_n - 2\,000$ $v_{n+1} = 0,8 (u_n - 2\,500)$ $v_{n+1} = 0,8 v_n$ <p>J'en déduis que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,8 et de 1^{er} terme</p> $v_0 = u_0 - 2\,500 = 60\,000 - 2\,500 = 57\,500$
	2b	<p>Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, on a alors</p> $v_n = \mathbf{v_0} \times \mathbf{q^n} = 57\,500 \times 0,8^n$
	2c	<p>Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n - 2\,500$ donc $u_n = v_n + 2\,500$ et donc $u_n = 57\,500 \times 0,8^n + 2\,500$</p>
	3.	$\lim_{n \rightarrow +\infty} 57\,500 \times 0,8^n = 0 \text{ car } 0 < 0,8 < 1$ <p>et donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2\,500$</p> <p>Sur le très long terme, la colonie étudiée ne devrait pas survivre car elle finira par compter moins de 5 000 individus.</p>



Exercice 3. (1 point)

Calculer, en justifiant, la somme $S = 5 + 10 + 15 + 20 + 25 + \dots + 495 + 500$.

Exercice 3.	$S = 5 + 10 + 15 + 20 + 25 + \dots + 495 + 500$ $S = \mathbf{5} \times \mathbf{1} + \mathbf{5} \times \mathbf{2} + \mathbf{5} \times \mathbf{3} + \mathbf{5} \times \mathbf{4} + \mathbf{5} \times \mathbf{5} + \dots + \mathbf{5} \times \mathbf{99} + \mathbf{5} \times \mathbf{100}$ $S = \mathbf{5} \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 99 + 100)$ $S = 5 \times \frac{100 \times 101}{2} = 25\,250$
--------------------	--



CORRECTION du contrôle n° 3

Correction du sujet n° 2

Exercice 1. (8 points)

Un médicament est prescrit sous forme d'injections qui doivent être administrées une fois par semaine. Pour un patient de 50 kg, le volume de la première dose est de 1 dL.

Chaque semaine, le volume de la dose administrée est augmenté de 4 %.

Dès que le volume de la dose administrée est supérieur ou égal au double du volume initial, on interrompt le traitement après cette dernière injection.

Pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, on note u_n le volume de la n^e dose hebdomadaire en dL, ainsi $u_1 = 1$.

- ▶ 1. Déterminer u_2 et u_3 , arrondir au centième.
- ▶ 2 a) Pour tout entier naturel non nul n , exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
 b) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? On donnera ses paramètres.
 c) Pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, exprimer u_n en fonction de n .
- ▶ 3. Calculer le volume administré lors de la 10^e injection, arrondir au centième.
- ▶ 4. Au bout de combien d'injection le traitement va-t-il s'interrompre ? Justifier votre réponse.
- ▶ 5. Calculer $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{16}$. En déduire le volume total de médicament administré au patient lors de l'ensemble de ce traitement.

Exercice 1.	1.	$u_1 = 1$ Chaque semaine, le volume de la dose administrée est augmenté de 4 % ce qui revient à multiplier la dose par 1,04 $u_2 = 1 \times 1,04 = 1,04$ $u_3 = 1,04 \times 1,04 \approx 1,08$
	2a	Pour tout entier naturel non nul n , $u_{n+1} = 1,04 \times u_n$.
	2b	La suite (u_n) est donc géométrique de raison 1,04 et de 1 ^{er} terme $u_1 = 1$.
	2c	On en déduit que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = u_0 \times q^n = u_1 \times q^{n-1} = 1 \times 1,04^{n-1} = 1,04^{n-1}$
	3.	$u_{10} = 1,04^9 \approx 1,42$ La 10 ^e injection sera de 1,42 dL.
	4.	Dès que le volume de la dose administrée est supérieur ou égal au double du volume initial, on interrompt le traitement après cette dernière injection. On souhaite donc que $u_n = 1,04^{n-1} \geq 2 \times 1$ dL A l'aide de la calculatrice, $u_{18} = 1,04^{17} \approx 1,95$ et $u_{19} = 1,04^{18} \approx 2,03$. Le traitement s'interrompra donc après la 19 ^e injection.
5.	$S = u_1 + u_2 + \dots + u_{19}$ $S = 1 + 1,04 + 1,04^2 + \dots + 1,04^{18}$ $S = \frac{1 - 1,04^{19}}{1 - 1,04}$ $S = \frac{1 - 1,04^{19}}{-0,04}$ $S = -25(1 - 1,04^{19}) = 25(1,04^{19} - 1) \approx 27,67$ J'en déduis que le volume total de médicament administré au patient lors de l'ensemble de ce traitement est de 27,67 dL.	

5.	injection n°1	1	1,00
	injection n°2	2	1,04
	injection n°3	3	1,08
	injection n°4	4	1,12
	injection n°5	5	1,17
	injection n°6	6	1,22
	injection n°7	7	1,27
	injection n°8	8	1,32
	injection n°9	9	1,37
	injection n°10	10	1,42
	injection n°11	11	1,48
	injection n°12	12	1,54
	injection n°13	13	1,60
	injection n°14	14	1,67
	injection n°15	15	1,73
	injection n°16	16	1,80
	injection n°17	17	1,87
	injection n°18	18	1,95
	injection n°19	19	2,03
Somme		27,67	



Exercice 2. (11 points)

Les abeilles assurent la reproduction de plus des trois-quarts des espèces végétales du globe terrestre grâce à la pollinisation. Depuis quelques années, on constate une diminution du nombre d'abeilles à cause de l'évolution du climat et de l'utilisation d'insecticides.

Partie A.

Le 1^{er} mai, on observe une colonie constituée de 50 000 abeilles. On estime que, dans cette colonie, 1 000 abeilles naissent chaque jour et 500 décèdent chaque jour de manière naturelle.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note a_n le nombre d'abeilles dans la colonie au bout de n^e jour et $a_0 = 50\,000$.

- ▶ 1. Déterminer a_1 .
- ▶ 2 a) Pour tout entier naturel n , exprimer a_{n+1} en fonction de a_n .
b) Quelle est la nature de la suite (a_n) ? On donnera ses paramètres.
c) Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, exprimer a_n en fonction de n .
- ▶ 3. Calculer le nombre d'abeilles dans la colonie le 31 mai.
- ▶ 4. Déterminer le nombre de jours nécessaires pour que la population de cette colonie atteigne les 70 000 individus.

Partie B.

Après ce premier temps d'observation, un insecticide est régulièrement pulvérisé dans le champ près duquel les abeilles butinent.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note u_n le nombre d'abeilles dans la colonie n jour après le début des pulvérisations de l'insecticide. On a donc $u_0 = 70\,000$ et on estime que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 0,9 u_n + 400$.

- ▶ 1. Calculer le nombre d'abeilles dans la colonie un jour après le début des pulvérisations.
- ▶ 2. On considère la suite définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_n = u_n - 4\,000$
 - a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique. On donnera ses paramètres.
 - b) Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, exprimer v_n en fonction de n .
 - c) En déduire, pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, exprimer u_n en fonction de n .

► 3. Des études ont montré qu'une colonie d'abeilles n'est plus en mesure d'assurer sa survie si elle compte moins de 5 000 individus. La colonie étudiée va-t-elle survivre sur le très long terme ? Justifier la réponse.

Exercice 2.	Partie A.	1.	$a_0 = 50\,000$ 1 000 abeilles naissent chaque jour et 500 décèdent chaque jour de manière naturelle : $a_1 = 50\,000 + 1\,000 - 500 = 50\,500$																																																																																																																																																																					
		2a	Pour tout entier naturel n , $a_{n+1} = a_n + 1\,000 - 500 = a_n + 500$																																																																																																																																																																					
		2b	La suite (a_n) est donc arithmétique de raison 500 et de 1 ^{er} terme $u_0 = 50\,000$.																																																																																																																																																																					
		2c	Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, on a alors $a_n = a_0 + r \times n = 50\,000 + 500n$.																																																																																																																																																																					
		3.	Le nombre d'abeilles dans la colonie le 31 mai est donné par le terme a_{30} : $a_n = 50\,000 + 500 \times 30 = 65\,000$																																																																																																																																																																					
		4.	La population de cette colonie atteindra les 70 000 individus lorsque $a_n \geq 70\,000$ $\Leftrightarrow 50\,000 + 500n \geq 70\,000$ $\Leftrightarrow 500n \geq 70\,000 - 50\,000$ $\Leftrightarrow 500n \geq 20\,000$ $\Leftrightarrow n \geq \frac{20\,000}{500}$ $\Leftrightarrow n \geq 40$ Au bout de 40 jours la population de cette colonie atteindra les 70 000 individus.																																																																																																																																																																					
			<table border="1"> <tr> <td>01-mai</td><td>0</td><td>50000</td><td></td><td>16-mai</td><td>15</td><td>57500</td><td></td><td>31-mai</td><td>30</td><td>65000</td> </tr> <tr> <td>02-mai</td><td>1</td><td>50500</td><td></td><td>17-mai</td><td>16</td><td>58000</td><td></td><td>01-juin</td><td>31</td><td>65500</td> </tr> <tr> <td>03-mai</td><td>2</td><td>51000</td><td></td><td>18-mai</td><td>17</td><td>58500</td><td></td><td>02-juin</td><td>32</td><td>66000</td> </tr> <tr> <td>04-mai</td><td>3</td><td>51500</td><td></td><td>19-mai</td><td>18</td><td>59000</td><td></td><td>03-juin</td><td>33</td><td>66500</td> </tr> <tr> <td>05-mai</td><td>4</td><td>52000</td><td></td><td>20-mai</td><td>19</td><td>59500</td><td></td><td>04-juin</td><td>34</td><td>67000</td> </tr> <tr> <td>06-mai</td><td>5</td><td>52500</td><td></td><td>21-mai</td><td>20</td><td>60000</td><td></td><td>05-juin</td><td>35</td><td>67500</td> </tr> <tr> <td>07-mai</td><td>6</td><td>53000</td><td></td><td>22-mai</td><td>21</td><td>60500</td><td></td><td>06-juin</td><td>36</td><td>68000</td> </tr> <tr> <td>08-mai</td><td>7</td><td>53500</td><td></td><td>23-mai</td><td>22</td><td>61000</td><td></td><td>07-juin</td><td>37</td><td>68500</td> </tr> <tr> <td>09-mai</td><td>8</td><td>54000</td><td></td><td>24-mai</td><td>23</td><td>61500</td><td></td><td>08-juin</td><td>38</td><td>69000</td> </tr> <tr> <td>10-mai</td><td>9</td><td>54500</td><td></td><td>25-mai</td><td>24</td><td>62000</td><td></td><td>09-juin</td><td>39</td><td>69500</td> </tr> <tr> <td>11-mai</td><td>10</td><td>55000</td><td></td><td>26-mai</td><td>25</td><td>62500</td><td></td><td>10-juin</td><td>40</td><td>70000</td> </tr> <tr> <td>12-mai</td><td>11</td><td>55500</td><td></td><td>27-mai</td><td>26</td><td>63000</td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>13-mai</td><td>12</td><td>56000</td><td></td><td>28-mai</td><td>27</td><td>63500</td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>14-mai</td><td>13</td><td>56500</td><td></td><td>29-mai</td><td>28</td><td>64000</td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>15-mai</td><td>14</td><td>57000</td><td></td><td>30-mai</td><td>29</td><td>64500</td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> </table>	01-mai	0	50000		16-mai	15	57500		31-mai	30	65000	02-mai	1	50500		17-mai	16	58000		01-juin	31	65500	03-mai	2	51000		18-mai	17	58500		02-juin	32	66000	04-mai	3	51500		19-mai	18	59000		03-juin	33	66500	05-mai	4	52000		20-mai	19	59500		04-juin	34	67000	06-mai	5	52500		21-mai	20	60000		05-juin	35	67500	07-mai	6	53000		22-mai	21	60500		06-juin	36	68000	08-mai	7	53500		23-mai	22	61000		07-juin	37	68500	09-mai	8	54000		24-mai	23	61500		08-juin	38	69000	10-mai	9	54500		25-mai	24	62000		09-juin	39	69500	11-mai	10	55000		26-mai	25	62500		10-juin	40	70000	12-mai	11	55500		27-mai	26	63000					13-mai	12	56000		28-mai	27	63500					14-mai	13	56500		29-mai	28	64000					15-mai	14	57000		30-mai	29	64500				
		01-mai	0	50000		16-mai	15	57500		31-mai	30	65000																																																																																																																																																												
		02-mai	1	50500		17-mai	16	58000		01-juin	31	65500																																																																																																																																																												
		03-mai	2	51000		18-mai	17	58500		02-juin	32	66000																																																																																																																																																												
04-mai	3	51500		19-mai	18	59000		03-juin	33	66500																																																																																																																																																														
05-mai	4	52000		20-mai	19	59500		04-juin	34	67000																																																																																																																																																														
06-mai	5	52500		21-mai	20	60000		05-juin	35	67500																																																																																																																																																														
07-mai	6	53000		22-mai	21	60500		06-juin	36	68000																																																																																																																																																														
08-mai	7	53500		23-mai	22	61000		07-juin	37	68500																																																																																																																																																														
09-mai	8	54000		24-mai	23	61500		08-juin	38	69000																																																																																																																																																														
10-mai	9	54500		25-mai	24	62000		09-juin	39	69500																																																																																																																																																														
11-mai	10	55000		26-mai	25	62500		10-juin	40	70000																																																																																																																																																														
12-mai	11	55500		27-mai	26	63000																																																																																																																																																																		
13-mai	12	56000		28-mai	27	63500																																																																																																																																																																		
14-mai	13	56500		29-mai	28	64000																																																																																																																																																																		
15-mai	14	57000		30-mai	29	64500																																																																																																																																																																		
	Partie B.	1.	Le nombre d'abeilles dans la colonie un jour après le début des pulvérisations est donné par u_1 . $u_1 = 0,9 u_0 + 400$ $u_1 = 0,9 \times 70\,000 + 400 = 63\,400$																																																																																																																																																																					

		<p>Pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_n = u_n - 4\,000$</p> $v_{n+1} = u_{n+1} - 4\,000$ $v_{n+1} = 0,9 u_n + 400 - 4\,000$ $v_{n+1} = 0,9 u_n - 3\,600$ $v_{n+1} = 0,9 (u_n - 4\,000)$ $v_{n+1} = 0,9 v_n$ <p>J'en déduis que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,9 et de 1^{er} terme</p> $v_0 = u_0 - 4\,000 = 70\,000 - 4\,000 = 66\,000$
	2b	<p>Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, on a alors</p> $v_n = \mathbf{v_0} \times \mathbf{q^n} = 66\,000 \times 0,9^n$
	2c	<p>Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n - 4\,000$ donc $u_n = v_n + 4\,000$ et donc $u_n = 66\,000 \times 0,9^n + 4\,000$</p>
	3.	$\lim_{n \rightarrow +\infty} 66\,000 \times 0,9^n = 0 \text{ car } 0 < 0,9 < 1$ <p>et donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 4\,000$</p> <p>Sur le très long terme, la colonie étudiée ne devrait pas survivre car elle finira par compter moins de 5 000 individus.</p>



Exercice 3. (1 point)

Calculer, en justifiant, la somme $S = 5 + 10 + 15 + 20 + 25 + \dots + 495 + 500$.

Exercice 3.	$S = 5 + 10 + 15 + 20 + 25 + \dots + 495 + 500$ $S = \mathbf{5} \times 1 + \mathbf{5} \times 2 + \mathbf{5} \times 3 + \mathbf{5} \times 4 + \mathbf{5} \times 5 + \dots + \mathbf{5} \times 99 + \mathbf{5} \times 100$ $S = \mathbf{5} \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 99 + 100)$ $S = 5 \times \frac{100 \times 101}{2} = 25\,250$
--------------------	---

