Lundi 6 février 2023

Première Générale ➡ Contrôle n° 4

Table des matières

Première Générale ➡ Contrôle n° 4

Enoncé du sujet n° 1

Exercice 1. (10 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$

▶ 1. Quelle est la valeur de $f(1)$?

▶ 2. La fonction f est-elle paire ? impaire ? ou ni l'un ni l'autre ? Démontrer votre réponse.

▶ 3. Démontrer que, pour tout nombre réel h,

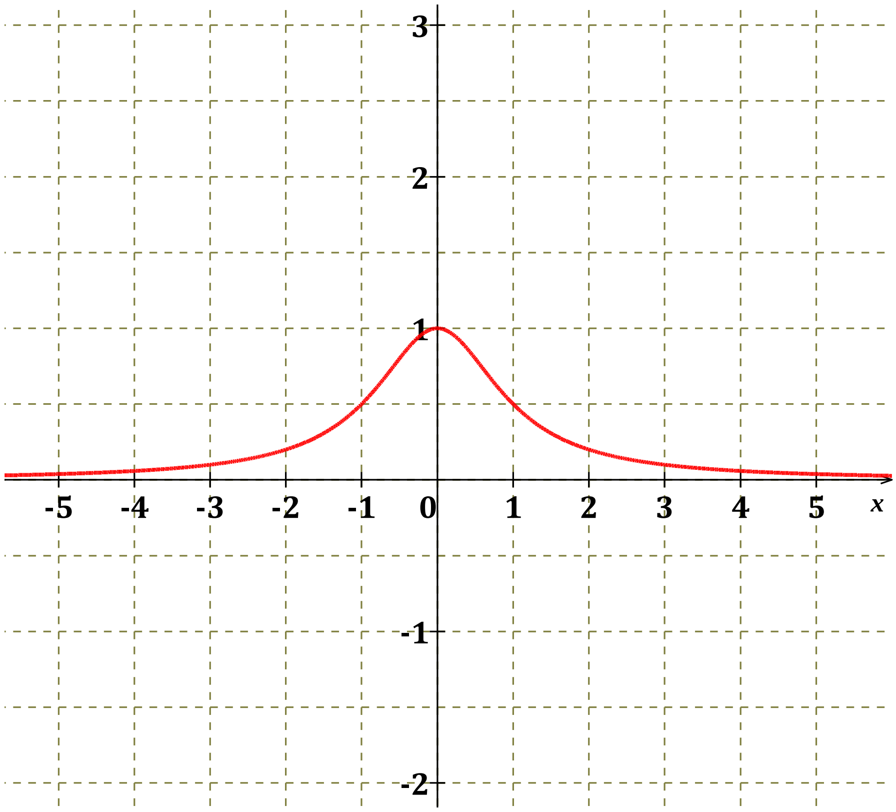
$$f(1+h) - f(1) = \frac{-2h-h^2}{2(2+2h+h^2)}$$

▶ 4. En déduire le taux de variation de la fonction f entre 1 et $1+h$.

▶ 5. La fonction f est-elle dérivable en 1 ? Si oui, préciser $f'(1)$.

▶ 6 a) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f en 1.

b) Dans le repère orthogonal ci-contre, la fonction f a été représentée, tracer la tangente en 1.



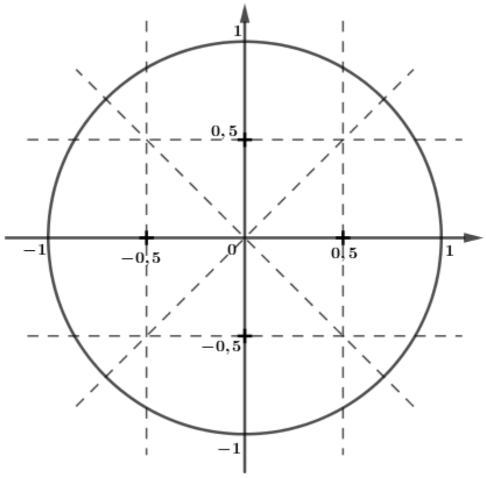
c) Déterminer l'équation de la droite passant par les points $A(-2; 0)$ et $B(0; 0{,}9)$.

d) La droite (AB) est-elle tangente à la courbe de f en -1 ? Justifier votre réponse.

Exercice 2. (10 points)

▶ 1. Placer sur le cercle trigonométrique ci-contre les points associés aux réels ci-dessous :

$$-\frac{\pi}{6} \ ; \ \frac{3\pi}{4} \ ; \ \frac{-14\pi}{3}$$



▶ 2. En détaillant les calculs, déterminer la mesure principale de l'angle $\frac{1003\pi}{6}$.

▶ 3. Donner les valeurs exactes de :

$\cos\left(\dfrac{-2\pi}{3}\right) =$ $\qquad$ $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}\right) =$

$\sin\left(\dfrac{-\pi}{4}\right) =$ $\qquad$ $\sin\left(\dfrac{-7\pi}{6}\right) =$

▶ 4a) Résoudre dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$ l'équation $\cos(x) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$

b) Résoudre dans l'intervalle $[0; 2\pi[$ l'équation $\sin(x) = \frac{-1}{2}$

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ le système d'équation $\sin(x) = \frac{1}{2}$ et $\cos(x) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

▶ 5a) Sachant que $\cos\left(\dfrac{\pi}{8}\right) = \dfrac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$, déterminer la valeur de :

$\cos\left(\dfrac{-\pi}{8}\right)$ $\qquad$ $\cos\left(\dfrac{7\pi}{8}\right)$ $\qquad$ $\sin\left(\dfrac{3\pi}{8}\right)$ $\qquad$ $\cos\left(\dfrac{15\pi}{8}\right)$

b) Déterminer la valeur exacte de $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

Première Générale ➡ Contrôle n° 4

Enoncé du sujet n° 2

Exercice 1. (10 points)

Soit f la fonction définie sur $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{1}{2x^2}$

▶1. Quelle est la valeur de $f(1)$?

▶2. La fonction f est-elle paire ? impaire ? ou ni l'un ni l'autre ? Démontrer votre réponse.

▶3. Démontrer que, pour tout nombre réel h,

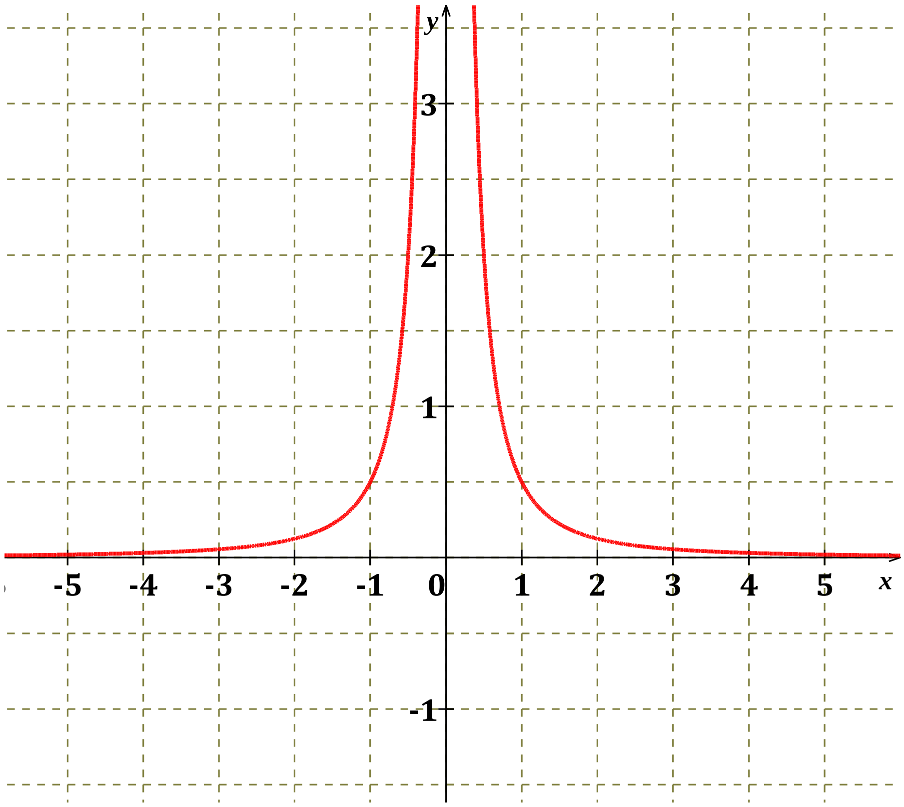
$$f(1+h)-f(1)=\frac{-2h-h^2}{2(1+2h+h^2)}$$

▶4. En déduire le taux de variation de la fonction f entre 1 et $1+h$.

▶5. La fonction f est-elle dérivable en 1 ? Si oui, préciser $f'(1)$.

▶6 a) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f en 1.

b) Dans le repère orthogonal ci-contre, la fonction f a été représentée, tracer la tangente en 1.



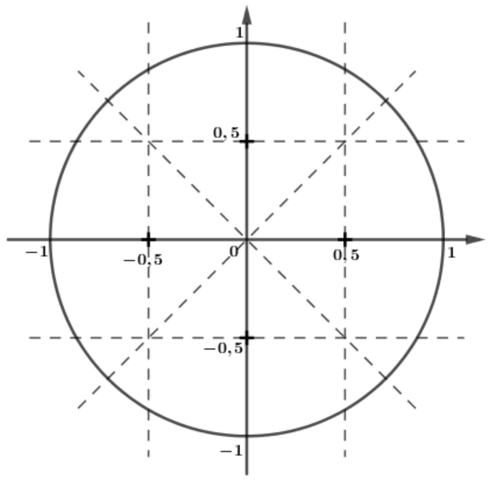
c) Déterminer l'équation de la droite passant par les points $A(-1{,}5;0)$ et $B(0;1{,}8)$.

d) La droite (AB) est-elle tangente à la courbe de f en -1 ? Justifier votre réponse.

Exercice 2. (10 points)

▶1. Placer sur le cercle trigonométrique ci-contre les points associés aux réels ci-dessous :

$$-\frac{\pi}{3}\ ;\ \frac{-5\pi}{4}\ ;\ \frac{17\pi}{6}$$



▶2. En détaillant les calculs, déterminer la mesure principale de l'angle $\frac{1000\pi}{3}$.

▶3. Donner les valeurs exactes de :

$\cos\left(\dfrac{-5\pi}{6}\right)=$ $\qquad$ $\cos\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)=$

$\sin\left(\dfrac{-\pi}{2}\right)=$ $\qquad$ $\sin\left(\dfrac{-5\pi}{3}\right)=$

▶4a) Résoudre dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$ l'équation $\cos(x)=\frac{-1}{2}$

b) Résoudre dans l'intervalle $[0;2\pi[$ l'équation $\sin(x)=\frac{-\sqrt{3}}{2}$

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ le système d'équation $\sin(x)=\frac{-\sqrt{2}}{2}$ et $\cos(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

▶5a) Sachant que $\sin\left(\dfrac{\pi}{8}\right)=\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$, déterminer la valeur de :

$\sin\left(\dfrac{-\pi}{8}\right)$ $\qquad$ $\sin\left(\dfrac{7\pi}{8}\right)$ $\qquad$ $\cos\left(\dfrac{3\pi}{8}\right)$ $\qquad$ $\sin\left(\dfrac{15\pi}{8}\right)$

b) Déterminer la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

CORRECTION du contrôle n° 4

Correction du sujet n° 1

Exercice 1. (10 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$

▶ 1. Quelle est la valeur de $f(1)$?

▶ 2. La fonction f est-elle paire ? impaire ? ou ni l'un ni l'autre ? Démontrer votre réponse.

▶ 3. Démontrer que, pour tout nombre réel h,

$$f(1+h) - f(1) = \frac{-2h - h^2}{2(2+2h+h^2)}$$

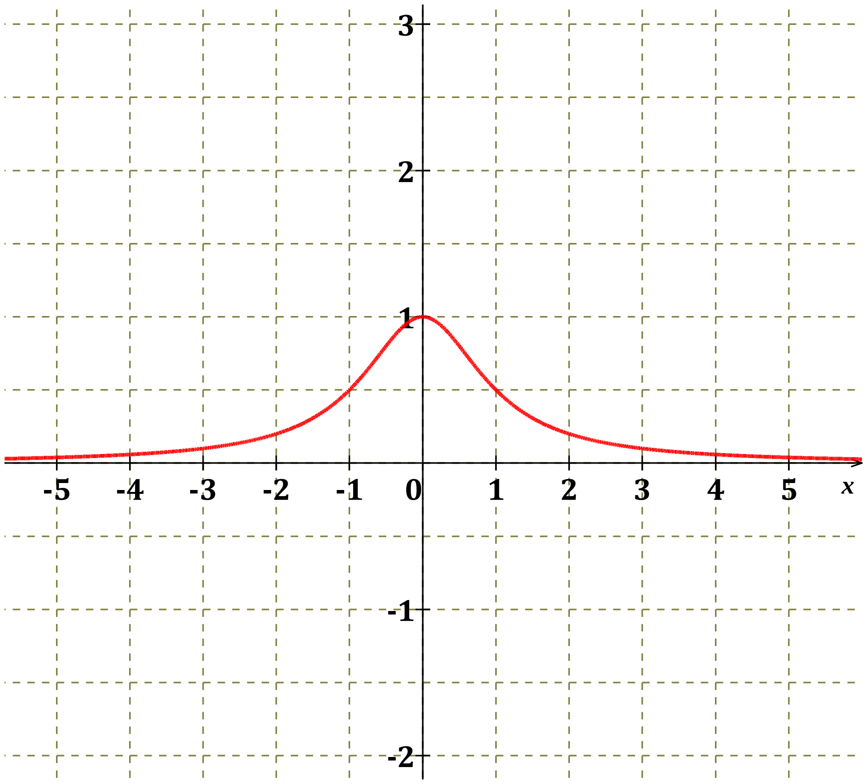
▶ 4. En déduire le taux de variation de la fonction f entre 1 et $1+h$.

▶ 5. La fonction f est-elle dérivable en 1 ? Si oui, préciser $f'(1)$.

▶ 6 a) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f en 1.

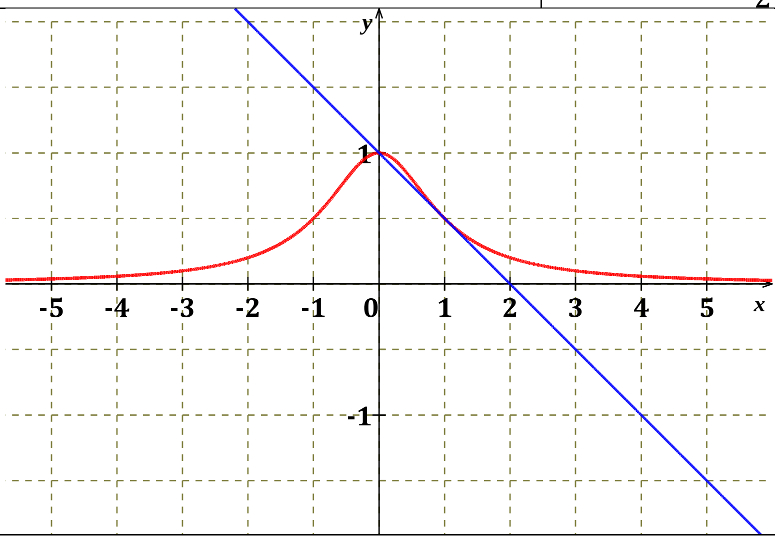
b) Dans le repère orthogonal ci-contre, la fonction f a été représentée, tracer la tangente en 1.

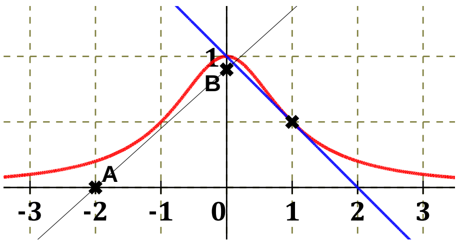
c) Déterminer l'équation de la droite passant par les points $A(-2; 0)$ et $B(0; 0{,}9)$.



d) La droite (AB) est-elle tangente à la courbe de f en -1 ? Justifier votre réponse.

Exercice 1.	**1.**	$f(1) = \dfrac{1}{1^2+1} = \dfrac{1}{2}$
	2.	$\forall x \in \mathbb{R}, f(-x) = \dfrac{1}{(-x)^2+1} = \dfrac{1}{x^2+1} = f(x)$ J'en déduis que la fonction f est paire.
	3.	Pour tout nombre réel h, $f(1+h) - f(1) = \dfrac{1}{(1+h)^2+1} - \dfrac{1}{2}$ $f(1+h) - f(1) = \dfrac{1}{1+2h+h^2+1} - \dfrac{1}{2}$ $f(1+h) - f(1) = \dfrac{1}{2+2h+h^2} - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1 \times 2}{(2+2h+h^2) \times 2} - \dfrac{(2+2h+h^2) \times 1}{(2+2h+h^2) \times 2}$ $f(1+h) - f(1) = \dfrac{2-2-2h-h^2}{2(2+2h+h^2)}$ $f(1+h) - f(1) = \dfrac{-2h-h^2}{2(2+2h+h^2)}$

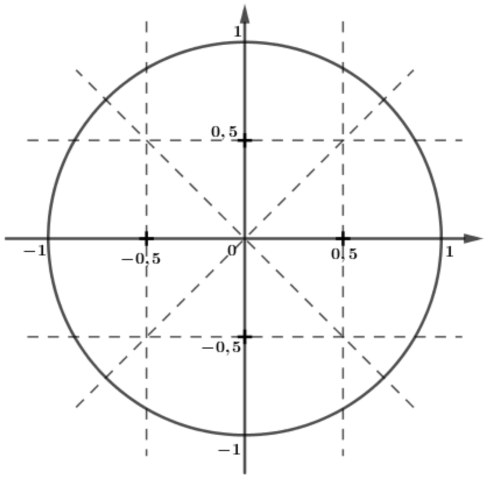
	4.	Le taux de variation est : $\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h} = \dfrac{\dfrac{-2h-h^2}{2(2+2h+h^2)}}{h} = \dfrac{-2h-h^2}{2(2+2h+h^2)} \times \dfrac{1}{h} = \dfrac{(-2-h)\times h}{2(2+2h+h^2)\times h}$ $\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h} = \dfrac{-2-h}{2(2+2h+h^2)}$
	5.	$\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{-2-h}{2(2+2h+h^2)} = \dfrac{-2}{4} = \dfrac{-1}{2}$ J'en déduis que la fonction f est dérivable en 1 et $f'(1) = \frac{-1}{2}$
	6a	**Méthode n°1 :** $f'(1) = \frac{-1}{2}$ est le coefficient directeur de la tangente, elle a donc pour équation : $y = -\dfrac{1}{2}x + b$ or la tangente passe par le point $\left(1;\dfrac{1}{2}\right)$ donc $\dfrac{1}{2} = -\dfrac{1}{2}\times 1 + b \Leftrightarrow b = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} = 1$ $y = -\dfrac{1}{2}x + 1$ **Méthode n°2 :** **L'équation de la tangente en $\boldsymbol{a}$ est $\boldsymbol{y = f'(a)(x-a) + f(a)}$** $f'(1) = \dfrac{-1}{2} \quad f(1) = \dfrac{1}{2}$ $y = -\dfrac{1}{2}(x-1) + \dfrac{1}{2}$ $y = -\dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}$ $y = -\dfrac{1}{2}x + 1$
	6b	
	6c	L'équation de la droite passant par les points $A(-2;0)$ et $B(0;0{,}9)$ est de la forme : $y = ax + b$ $A(-2;0) \in (AB)$ donc $0 = -2a + b$ et $B(0;0{,}9) \in (AB)$ donc $0{,}9 = a \times 0 + b$ $b = 0{,}9$ et $0 = -2a + 0{,}9$ $-2a = -0{,}9$ $a = \dfrac{-0{,}9}{-2} = 0{,}45$ $y = 0{,}45x + 0{,}9$

	6d	 La fonction f étant paire, sa courbe admet l'axe des ordonnées comme axe de symétrie. L'équation de la tangente en 1 étant $y = -0{,}5x + 1$, on peut en déduire que la droite (AB) d'équation $y = 0{,}45x + 0{,}9$ n'est pas tangente en -1.

Exercice 2. (10 points)

▶1. Placer sur le cercle trigonométrique ci-contre les points associés aux réels ci-dessous :

$$-\frac{\pi}{6}\ ;\ \frac{3\pi}{4}\ ;\ \frac{-14\pi}{3}$$



▶2. En détaillant les calculs, déterminer la mesure principale de l'angle $\frac{1003\pi}{6}$.

▶3. Donner les valeurs exactes de :

$$\cos\left(\frac{-2\pi}{3}\right) = \qquad \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) =$$

$$\sin\left(\frac{-\pi}{4}\right) = \qquad \sin\left(\frac{-7\pi}{6}\right) =$$

▶4a) Résoudre dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$ l'équation $\cos(x) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$

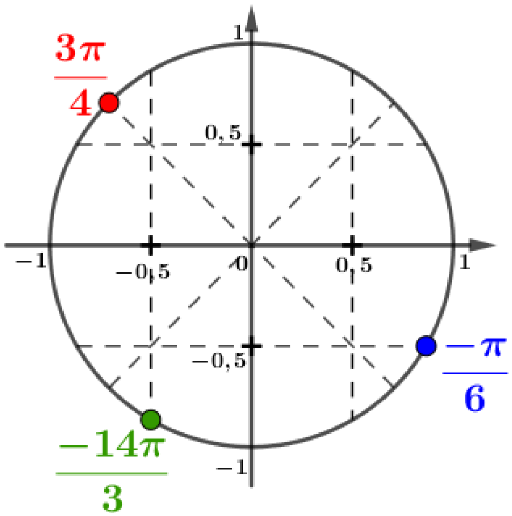
b) Résoudre dans l'intervalle $[0;2\pi[$ l'équation $\sin(x) = \frac{-1}{2}$

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ le système d'équation $\sin(x) = \frac{1}{2}$ et $\cos(x) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

▶5a) Sachant que $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$, déterminer la valeur de :

$$\cos\left(\frac{-\pi}{8}\right) \qquad \cos\left(\frac{7\pi}{8}\right) \qquad \sin\left(\frac{3\pi}{8}\right) \qquad \cos\left(\frac{15\pi}{8}\right)$$

b) Déterminer la valeur exacte de $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

Exercice 2.	**1.**	

<table>
<tr><td></td><td>2.</td><td>

$$1003 = 83 \times 12 + 7$$

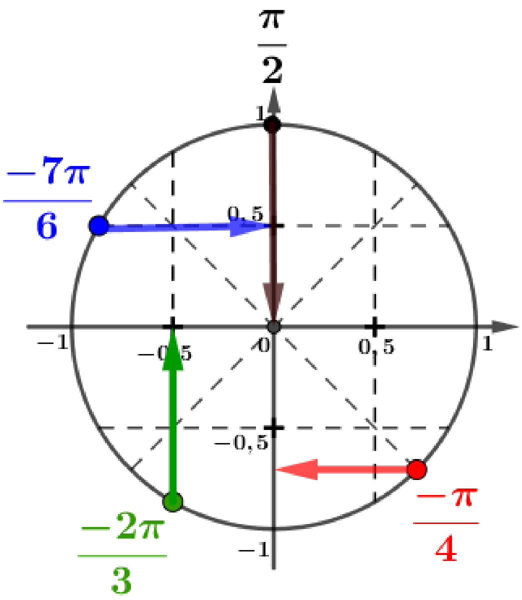
$$\frac{1003\pi}{6} = \frac{83 \times 12\pi + 7\pi}{6} = 83 \times 2\pi + \frac{7\pi}{6}$$

$$\frac{1003\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} \quad [2\pi]$$

$$\frac{1003\pi}{6} = \frac{-5\pi}{6} \quad [2\pi]$$

La mesure principale de l'angle $\frac{1003\pi}{6}$ est $\frac{-5\pi}{6}$.

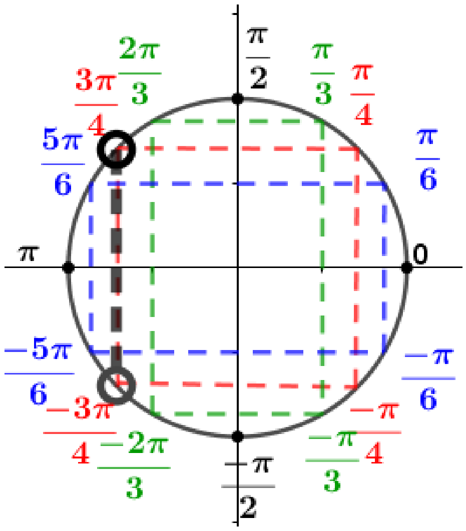
</td></tr>
<tr><td></td><td>3.</td><td>



$\cos\left(\frac{-2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$ $\qquad$ $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

$\sin\left(\frac{-\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad$ $\sin\left(\frac{-7\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

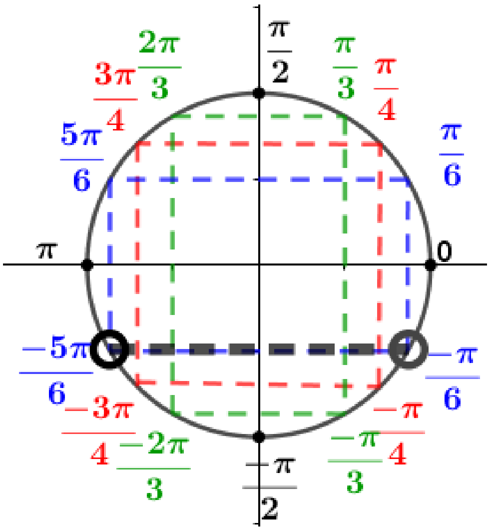
</td></tr>
<tr><td></td><td>4a</td><td>



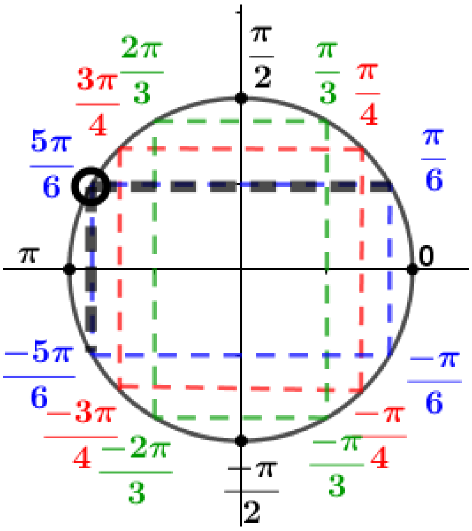
$$\cos(x) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

On a alors $\boldsymbol{x = \frac{3\pi}{4}}$ **ou** $\boldsymbol{x = \frac{-3\pi}{4}}$

</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>4b</td><td>


$$\sin(x) = \frac{-1}{2}$$

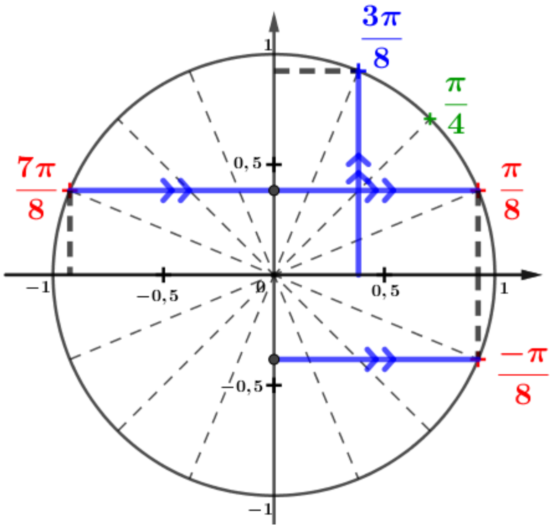
On a alors $\boldsymbol{x = \frac{7\pi}{6}}$ **ou** $\boldsymbol{x = \frac{11\pi}{6}}$
</td></tr>
<tr><td></td><td>4c</td><td>


$$\sin(x) = \frac{1}{2} \text{ et } \cos(x) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

On a alors $\boldsymbol{x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi}$ **où** $\boldsymbol{k \in \mathbb{Z}}$
</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>5a</td>
<td>

$$\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$$



$$\mathbf{\cos\left(\frac{-\pi}{8}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}}$$

$$\mathbf{\cos\left(\frac{7\pi}{8}\right)=-\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=-\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}}$$

$$\mathbf{\sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}}$$

$$\mathbf{\cos\left(\frac{15\pi}{8}\right)=\cos\left(\frac{-\pi}{8}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}}$$

</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>5b</td>
<td>

$$\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$$

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)+\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)=1$$

$$\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}\right)^2+\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)=1$$

$$\frac{2+\sqrt{2}}{4}+\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)=1$$

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)=1-\frac{2+\sqrt{2}}{4}$$

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{4-2-\sqrt{2}}{4}$$

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{2-\sqrt{2}}{4}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)=\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{4}}\ \text{ou}\ \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)=-\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{4}}}_{\text{exclu car } \sin\left(\frac{\pi}{8}\right)>0}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{\sqrt{4}}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

</td>
</tr>
</table>

CORRECTION du contrôle n° $\boxed{4}$
Correction du sujet n° $\boxed{2}$

Exercice 1. (10 points)

Soit f la fonction définie sur $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{2x^2}$

▶ 1. Quelle est la valeur de $f(1)$?

▶ 2. La fonction f est-elle paire ? impaire ? ou ni l'un ni l'autre ? Démontrer votre réponse.

▶ 3. Démontrer que, pour tout nombre réel h,

$$f(1+h) - f(1) = \frac{-2h - h^2}{2(1 + 2h + h^2)}$$

▶ 4. En déduire le taux de variation de la fonction f entre 1 et $1 + h$.

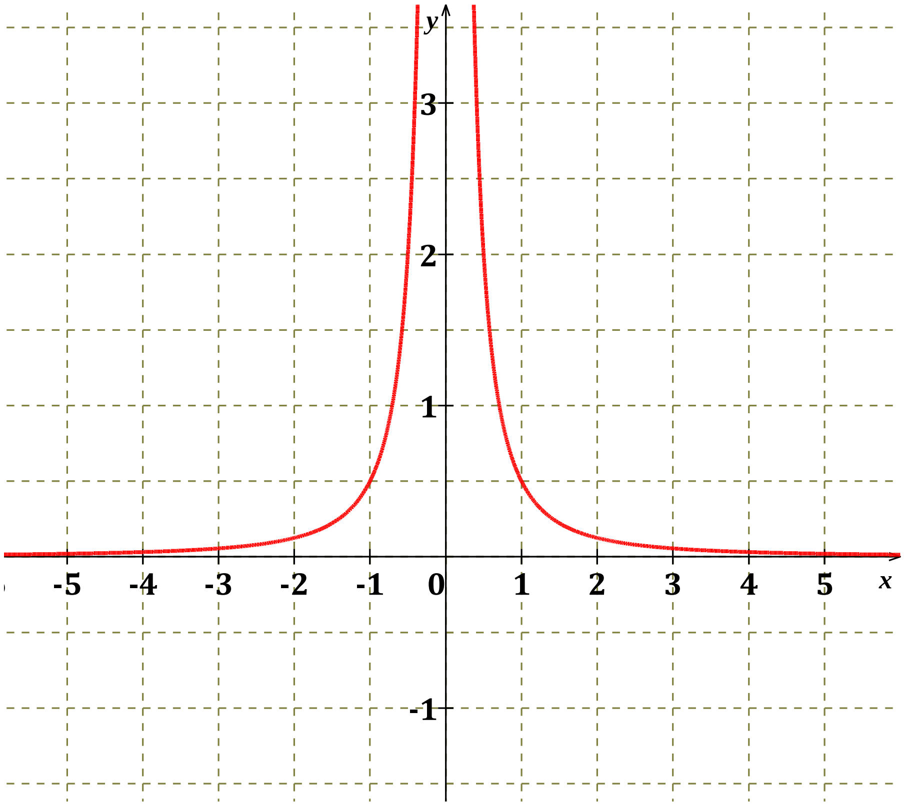
▶ 5. La fonction f est-elle dérivable en 1 ? Si oui, préciser $f'(1)$.

▶ 6 a) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f en 1.

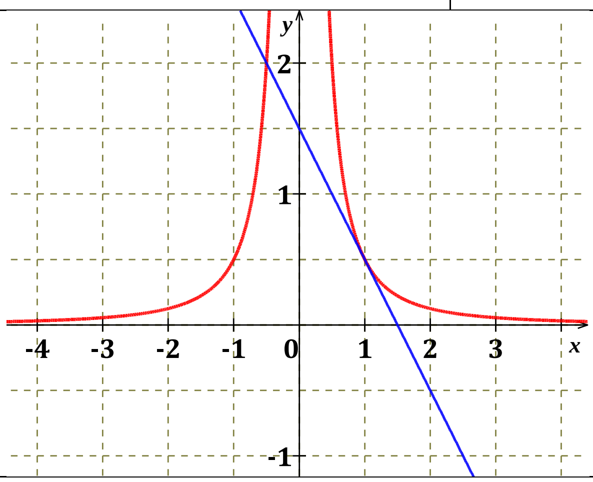
b) Dans le repère orthogonal ci-contre, la fonction f a été représentée, tracer la tangente en 1.

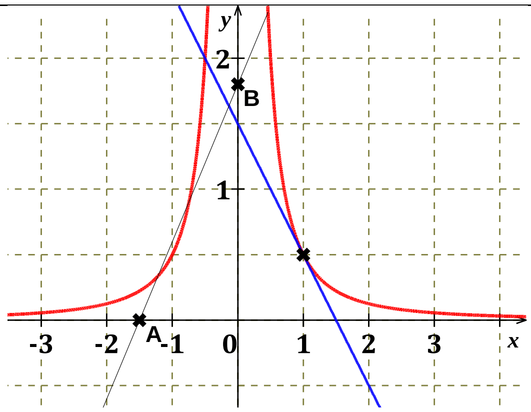
c) Déterminer l'équation de la droite passant par les points $A(-1{,}5; 0)$ et $B(0; 1{,}8)$.

d) La droite (AB) est-elle tangente à la courbe de f en -1 ? Justifier votre réponse.

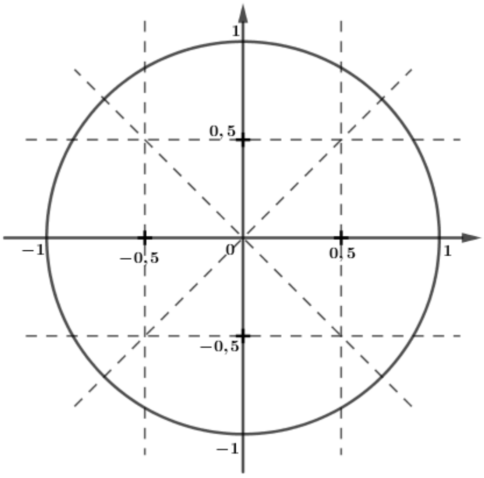


Exercice 1.	**1.**	$f(1) = \dfrac{1}{2 \times 1^2} = \dfrac{1}{2}$
	2.	$\forall x \in]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[, f(-x) = \dfrac{1}{2 \times (-x)^2} = \dfrac{1}{2x^2} = f(x)$ J'en déduis que la fonction f est paire.
	3.	Pour tout nombre réel h, $f(1+h) - f(1) = \dfrac{1}{2(1+h)^2} - \dfrac{1}{2}$ $f(1+h) - f(1) = \dfrac{1}{2(1+2h+h^2)} - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2(1+2h+h^2)} - \dfrac{1 \times (1+2h+h^2)}{2 \times (1+2h+h^2)}$ $f(1+h) - f(1) = \dfrac{1 - 1 - 2h - h^2}{2(1+2h+h^2)}$ $f(1+h) - f(1) = \dfrac{-2h - h^2}{2(1+2h+h^2)}$

	4.	Le taux de variation est : $$\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\frac{\frac{-2h-h^2}{2(1+2h+h^2)}}{h}=\frac{-2h-h^2}{2(1+2h+h^2)}\times\frac{1}{h}=\frac{(-2-h)\times h}{2(1+2h+h^2)\times h}$$ $$\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\frac{-2-h}{2(1+2h+h^2)}$$
	5.	$$\lim_{h\to 0}\frac{-2-h}{2(1+2h+h^2)}=\frac{-2}{2}=-1$$ J'en déduis que la fonction f est dérivable en 1 et $f'(1)=-1$
	6a	**Méthode n°1 :** $f'(1)=-1$ est le coefficient directeur de la tangente, elle a donc pour équation : $$y=-x+b$$ or la tangente passe par le point $\left(1;\frac{1}{2}\right)$ donc $\frac{1}{2}=-1\times 1+b \Leftrightarrow b=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}$ $$y=-x+\frac{3}{2}$$ **Méthode n°2 :** **L'équation de la tangente en $\boldsymbol{a}$ est $\boldsymbol{y=f'(a)(x-a)+f(a)}$** $$f'(1)=-1 \quad f(1)=\frac{1}{2}$$ $$y=-(x-1)+\frac{1}{2}$$ $$y=-x+1+\frac{1}{2}$$ $$y=-x+\frac{3}{2}$$
	6b	
	6c	L'équation de la droite passant par les points $A(-1{,}5;0)$ et $B(0;1{,}8)$ est de la forme : $$y=ax+b$$ $A(-1{,}5;0)\in(AB)$ donc $0=-1{,}5a+b$ et $B(0;1{,}8)\in(AB)$ donc $1{,}8=a\times 0+b$ $b=1{,}8$ et $0=-1{,}5a+1{,}8$ $$-1{,}5a=-1{,}8$$ $$a=\frac{-1{,}8}{-1{,}5}=1{,}2$$ $$y=1{,}2x+1{,}8$$

	6d	 La fonction f étant paire, sa courbe admet l'axe des ordonnées comme axe de symétrie. L'équation de la tangente en 1 étant $y = -x + 1{,}5$, on peut en déduire que la droite (AB) d'équation $y = 1{,}2x + 1{,}8$ n'est pas tangente en -1.

Exercice 2. (10 points)



▶1. Placer sur le cercle trigonométrique ci-contre les points associés aux réels ci-dessous :

$$-\frac{\pi}{3}\ ;\ \frac{-5\pi}{4}\ ;\ \frac{17\pi}{6}$$

▶2. En détaillant les calculs, déterminer la mesure principale de l'angle $\frac{1000\pi}{3}$.

▶3. Donner les valeurs exactes de :

$\cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right) =$ $\qquad$ $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) =$

$\sin\left(\frac{-\pi}{2}\right) =$ $\qquad$ $\sin\left(\frac{-5\pi}{3}\right) =$

▶4a) Résoudre dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$ l'équation $\cos(x) = \frac{-1}{2}$

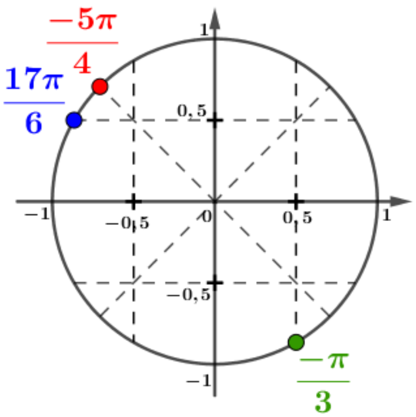
b) Résoudre dans l'intervalle $[0;2\pi[$ l'équation $\sin(x) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

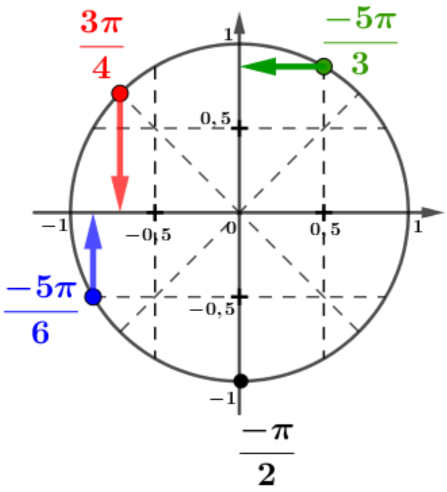
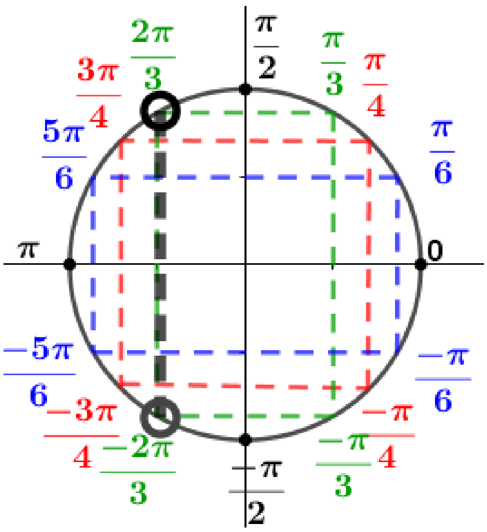
c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ le système d'équation $\sin(x) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$ et $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

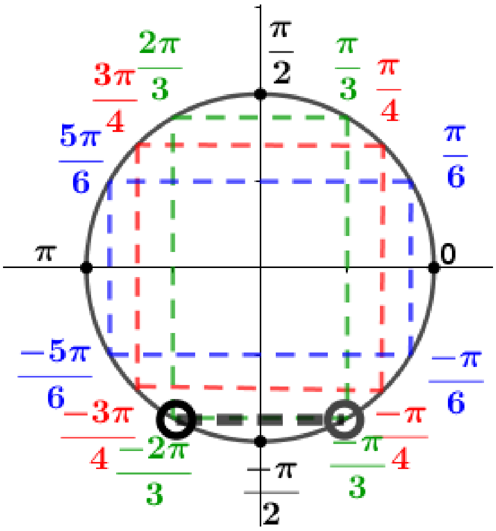
▶5a) Sachant que $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$, déterminer la valeur de :

$\sin\left(\frac{-\pi}{8}\right)$ $\qquad$ $\sin\left(\frac{7\pi}{8}\right)$ $\qquad$ $\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)$ $\qquad$ $\sin\left(\frac{15\pi}{8}\right)$

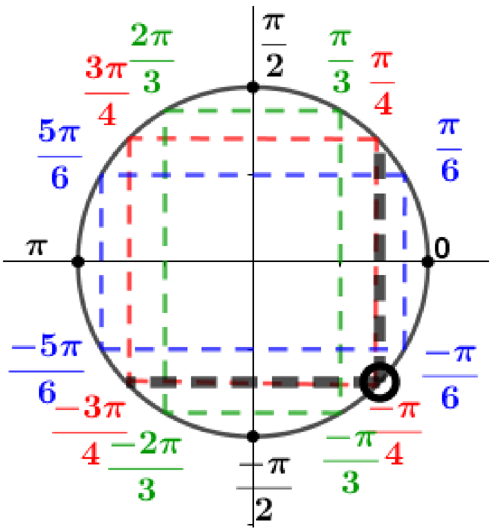
b) Déterminer la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

Exercice 2.	**1.**	

	2.	$$1000 = 166 \times 6 + 4$$ $$\frac{1000\pi}{3} = \frac{166 \times 6\pi + 4\pi}{3} = 166 \times 2\pi + \frac{4\pi}{3}$$ $$\frac{1000\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \quad [2\pi]$$ $$\frac{1000\pi}{3} = \frac{-2\pi}{3} \quad [2\pi]$$ **La mesure principale de l'angle $\frac{1000\pi}{3}$ est $\frac{-2\pi}{3}$.**
	3.	 $\cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ $\sin\left(\frac{-\pi}{2}\right) = -1$ $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$ $\sin\left(\frac{-5\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
	4a	 $$\cos(x) = \frac{-1}{2}$$ On a alors $x = \frac{2\pi}{3}$ ou $x = \frac{-2\pi}{3}$

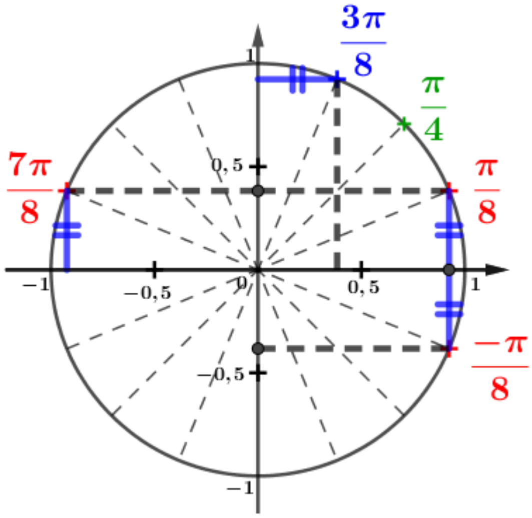
<table>
<tr>
<td></td>
<td>4b</td>
<td>


$$\sin(x) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

On a alors $\boldsymbol{x = \frac{4\pi}{3}}$ **ou** $\boldsymbol{x = \frac{5\pi}{3}}$
</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>4c</td>
<td>


$$\sin(x) = \frac{-\sqrt{2}}{2} \text{ et } \cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

On a alors $\boldsymbol{x = \frac{-\pi}{4} + 2k\pi}$ **où** $\boldsymbol{k \in \mathbb{Z}}$
</td>
</tr>
</table>

	5a	$\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ $\sin\left(\frac{-\pi}{8}\right)$ $\sin\left(\frac{7\pi}{8}\right)$ $\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)$ $\sin\left(\frac{15\pi}{8}\right)$  $\boldsymbol{\sin\left(\frac{-\pi}{8}\right)=-\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)=-\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}}$ $\boldsymbol{\sin\left(\frac{7\pi}{8}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}}$ $\boldsymbol{\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}}$ $\boldsymbol{\sin\left(\frac{15\pi}{8}\right)=\sin\left(\frac{-\pi}{8}\right)=-\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)=-\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}}$

	5b	$$\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$ $$\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)+\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)=1$$ $$\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)+\left(\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}\right)^2=1$$ $$\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)+\frac{2-\sqrt{2}}{4}=1$$ $$\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)=1-\frac{2-\sqrt{2}}{4}$$ $$\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{4-2+\sqrt{2}}{4}$$ $$\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{2+\sqrt{2}}{4}$$ $$\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}\ \text{ou}\ \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=-\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}}_{\text{exclu car }\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)>0}$$ $$\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{\sqrt{4}}$$ $$\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$$