Vendredi 31 mars 2023
Première Générale ➡ Contrôle n° 5

Table des matières

Première Générale ➡ Contrôle n° 5

Enoncé du sujet n° 1

Exercice 1. (6 points)

Les maladies cardio-vasculaires sont l'une des principales causes de mortalité. L'inactivité physique est un facteur de risque majeur dans le développement de ces maladies. On sait que :

- 9 % des personnes sont atteintes d'une maladie cardio-vasculaire;
- parmi les personnes atteintes d'une maladie cardio-vasculaire, 45 % pratiquent une activité physique régulière (30 minutes par jour);
- parmi les personnes non atteintes d'une maladie cardio-vasculaire, 60 % pratiquent une activité physique régulière.

On choisit au hasard une personne de l'échantillon, on note M l'évènement : « la personne est atteinte d'une maladie cardio-vasculaire » et S l'évènement : « elle pratique une activité physique régulière ».

▶1. Représenter la situation par un arbre de probabilités

▶2a) Déterminer la probabilité que la personne choisie soit atteinte d'une maladie cardio-vasculaire et pratique une activité physique.

b) Démontrer que la probabilité que la personne choisie pratique une activité physique régulière est de 0,5865.

▶3. Sachant que la personne choisie pratique une activité physique régulière, quelle est la probabilité qu'elle soit atteinte d'une maladie cardio-vasculaire ?

▶4. Déterminer $P_{\bar{S}}(M)$.

▶5. Une campagne de sensibilisation affirme qu'une activité physique régulière fait baisser de plus de 40 % la probabilité d'être atteint d'une maladie cardio-vasculaire.

En utilisant les résultats des deux questions précédentes, que pensez-vous de cette affirmation ?

Exercice 2. (5 points)

▶1. Soit la fonction $f(x) = 5\sqrt{1-6x}$.

Démontrer que la fonction f est strictement monotone sur l'intervalle $\left]-\infty;\frac{1}{6}\right]$.

▶2. Soit la fonction $g(x) = (3-4x)\sqrt{x}$ définie sur $[0;+\infty[$.

a) Démontrer que, pour tout réel $x \in]0;+\infty[$, $g'(x) = \dfrac{-12x+3}{2\sqrt{x}}$

b) Dresser, en justifiant, le tableau de variations de la fonction g. On précisera son extremum.

Exercice 3. (3 points)

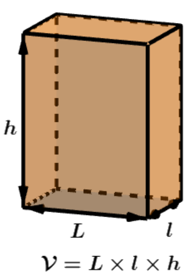
Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$$a)\ \ h(x) = \frac{3}{x} - \frac{x^3}{3} - 7x^2 + 4x - 5 \text{ définie sur } \mathbb{R}^*$$

$$b)\ \ k(x) = \frac{4x-1}{2-5x} \text{ définie sur } \left]\frac{2}{5};+\infty\right[$$

Exercice 4. (6 points)

On souhaite fabriquer des boîtes de rangement sans couvercle. Les boîtes auront la forme d'un parallélépipède rectangle **de hauteur 16 cm** et de base un rectangle ayant pour dimensions x et y exprimées en cm, où $x > 0$ et $y > 0$. Chaque boîte a un volume de 10 000 cm³.



▶1. Démontrer que $y = \dfrac{625}{x}$.

▶2. On note $f(x)$ **l'aire du parallélépipède rectangle**. Démontrer que : pour tout $x > 0$,

$$f(x) = \frac{20\,000}{x} + 32\,x + 625$$

▶3. Quelles dimensions doit-on donner à ces boîtes pour que leur surface ait une aire minimale ? *On justifiera avec toutes les étapes.*

Première Générale ➡ Contrôle n° 5

Enoncé du sujet n° 2

Exercice 1. (6 points)

Les maladies cardio-vasculaires sont l'une des principales causes de mortalité. L'inactivité physique est un facteur de risque majeur dans le développement de ces maladies. On sait que :

- 8 % des personnes sont atteintes d'une maladie cardio-vasculaire;
- parmi les personnes atteintes d'une maladie cardio-vasculaire, 40 % pratiquent une activité physique régulière (30 minutes par jour);
- parmi les personnes non atteintes d'une maladie cardio-vasculaire, 55 % pratiquent une activité physique régulière.

On choisit au hasard une personne de l'échantillon, on note M l'évènement : « la personne est atteinte d'une maladie cardio-vasculaire » et S l'évènement : « elle pratique une activité physique régulière ».

▶1. Représenter la situation par un arbre de probabilités

▶2a) Déterminer la probabilité que la personne choisie soit atteinte d'une maladie cardio-vasculaire et pratique une activité physique.

b) Démontrer que la probabilité que la personne choisie pratique une activité physique régulière est de 0,538.

▶3. Sachant que la personne choisie pratique une activité physique régulière, quelle est la probabilité qu'elle soit atteinte d'une maladie cardio-vasculaire ?

▶4. Déterminer $P_{\bar{S}}(M)$.

▶5. Une campagne de sensibilisation affirme qu'une activité physique régulière fait baisser de plus de 40 % la probabilité d'être atteint d'une maladie cardio-vasculaire.

En utilisant les résultats des deux questions précédentes, que pensez-vous de cette affirmation ?

Exercice 2. (5 points)

▶1. Soit la fonction $f(x) = 6\sqrt{1-5x}$.

Démontrer que la fonction f est strictement monotone sur l'intervalle $\left]-\infty; \frac{1}{5}\right]$.

▶2. Soit la fonction $g(x) = (4-3x)\sqrt{x}$ définie sur $[0; +\infty[$.

a) Démontrer que, pour tout réel $x \in]0; +\infty[$, $g'(x) = \dfrac{-9x+4}{2\sqrt{x}}$

b) Dresser, en justifiant, le tableau de variations de la fonction g. On précisera son extremum.

Exercice 3. (3 points)

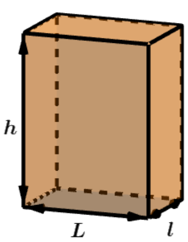
Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$$a)\ \ h(x) = \frac{5}{x} - 4x^3 - \frac{x^2}{2} + 5x - 4 \text{ définie sur } \mathbb{R}^*$$

$$b)\ \ k(x) = \frac{5x-2}{1-4x} \text{ définie sur } \left]\frac{1}{4}; +\infty\right[$$

Exercice 4. (6 points)

On souhaite fabriquer des boîtes de rangement sans couvercle. Les boîtes auront la forme d'un parallélépipède rectangle **de hauteur 15 cm** et de base un rectangle ayant pour dimensions x et y exprimées en cm, où $x > 0$ et $y > 0$. Chaque boîte a un volume de 6 000 cm³.



$\mathcal{V} = L \times l \times h$

▶1. Démontrer que $y = \dfrac{400}{x}$.

▶2. On note $f(x)$ **l'aire du parallélépipède rectangle**. Démontrer que : pour tout $x > 0$,

$$f(x) = \frac{12\,000}{x} + 30\,x + 400$$

▶3. Quelles dimensions doit-on donner à ces boîtes pour que leur surface ait une aire minimale ? *On justifiera avec toutes les étapes.*

CORRECTION du contrôle n° 5
Correction du sujet n° 1

Exercice 1. (6 points)

Les maladies cardio-vasculaires sont l'une des principales causes de mortalité. L'inactivité physique est un facteur de risque majeur dans le développement de ces maladies. On sait que :

- 9 % des personnes sont atteintes d'une maladie cardio-vasculaire;
- parmi les personnes atteintes d'une maladie cardio-vasculaire, 45 % pratiquent une activité physique régulière (30 minutes par jour);
- parmi les personnes non atteintes d'une maladie cardio-vasculaire, 60 % pratiquent une activité physique régulière.

On choisit au hasard une personne de l'échantillon, on note M l'évènement : « la personne est atteinte d'une maladie cardio-vasculaire » et S l'évènement : « elle pratique une activité physique régulière ».

▶ 1. Représenter la situation par un arbre de probabilités

▶ 2a) Déterminer la probabilité que la personne choisie soit atteinte d'une maladie cardio-vasculaire et pratique une activité physique.

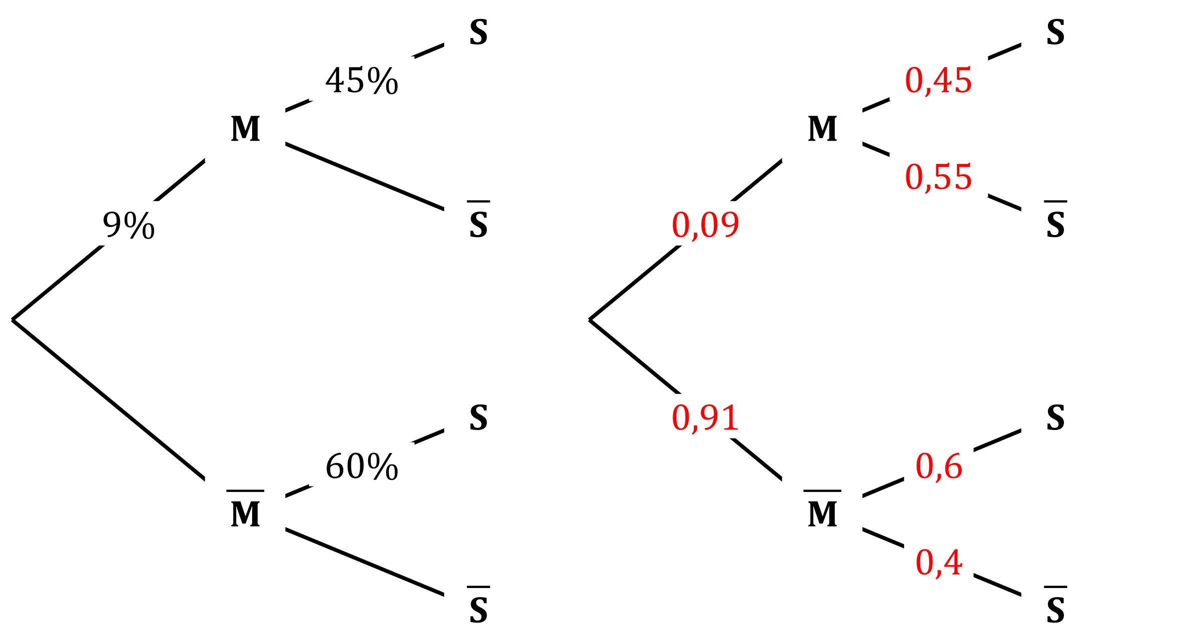
b) Démontrer que la probabilité que la personne choisie pratique une activité physique régulière est de 0,5865.

▶ 3. Sachant que la personne choisie pratique une activité physique régulière, quelle est la probabilité qu'elle soit atteinte d'une maladie cardio-vasculaire ?

▶ 4. Déterminer $P_{\bar{S}}(M)$.

▶ 5. Une campagne de sensibilisation affirme qu'une activité physique régulière fait baisser de plus de 40 % la probabilité d'être atteint d'une maladie cardio-vasculaire.

En utilisant les résultats des deux questions précédentes, que pensez-vous de cette affirmation ?

Exercice 1.	**1.**	
	2a)	$P(M \cap S) = 0{,}09 \times 0{,}45 = 0{,}0405$
	2b)	$P(S) = P(M \cap S) + P(\bar{M} \cap S)$ $P(S) = 0{,}0405 + 0{,}91 \times 0{,}6$ $P(S) = 0{,}0405 + 0{,}546 = 0{,}5865$
	3.	$P_S(M) = \dfrac{P(M \cap S)}{P(S)} = \dfrac{0{,}0405}{0{,}5865} \approx 0{,}069$

	4.	$P_{\bar{S}}(M) = \dfrac{P(M \cap \bar{S})}{P(\bar{S})} = \dfrac{0{,}0495}{1 - 0{,}5865} = \dfrac{0{,}0495}{0{,}4135} \approx 0{,}12$
	5.	Parmi les personnes qui pratiquent une activité physique régulière, 6,9% sont atteints d'une maladie cardio-vasculaire. Parmi les personnes qui ne pratiquent pas d'activité physique régulière, 12% sont atteints d'une maladie cardio-vasculaire. $$\frac{6{,}9 - 12}{12} = -0{,}425$$ L'affirmation est donc vraie, la baisse est de 42,5% soit plus de 40%.

Exercice 2. (5 points)

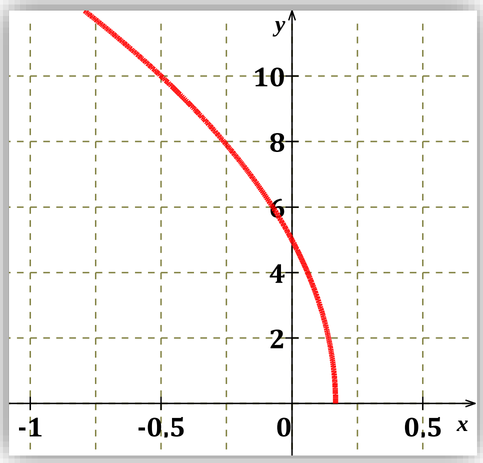
▶1. Soit la fonction $f(x) = 5\sqrt{1-6x}$.

Démontrer que la fonction f est strictement monotone sur l'intervalle $\left]-\infty; \frac{1}{6}\right]$.

▶2. Soit la fonction $g(x) = (3-4x)\sqrt{x}$ définie sur $[0; +\infty[$.

a) Démontrer que, pour tout réel $x \in]0; +\infty[$, $g'(x) = \dfrac{-12x+3}{2\sqrt{x}}$

b) Dresser, en justifiant, le tableau de variations de la fonction g. On précisera son extremum.

Exercice 2.	**1.**	La fonction f est dérivable $\left]-\infty; \frac{1}{6}\right[$ $\forall x \in \left]-\infty; \dfrac{1}{6}\right[$, $f'(x) = 5 \times \dfrac{-6}{2\sqrt{1-6x}} = \dfrac{-15}{\sqrt{1-6x}}$ $\forall x \in \left]-\infty; \dfrac{1}{6}\right[$, $\sqrt{1-6x} > 0$ et $-15 < 0$ donc $f'(x) < 0$ La fonction f est donc strictement décroissante sur $\left]-\infty; \frac{1}{6}\right[$ 

2a)

La fonction g est dérivable sur $]0;+\infty[$

$$\forall x \in]0;+\infty[,\quad g'(x) = (-4) \times \sqrt{x} + (3-4x) \times \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$g'(x) = \frac{-4\sqrt{x} \times 2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} + \frac{3-4x}{2\sqrt{x}}$$

$$g'(x) = \frac{-8x + 3 - 4x}{2\sqrt{x}}$$

$$g'(x) = \frac{-12x + 3}{2\sqrt{x}}$$

2b)

$$g'(x) > 0 \Leftrightarrow -12x + 3 > 0 \text{ car } 2\sqrt{x} > 0$$

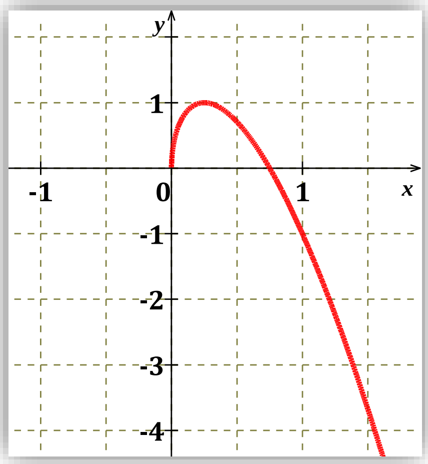
$$\Leftrightarrow -12x > -3$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{-3}{-12}$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{1}{4}$$

x	0		$\frac{1}{4}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$		$\nearrow$	1	$\searrow$	

$$g\left(\frac{1}{4}\right) = \left(3 - 4 \times \frac{1}{4}\right)\sqrt{\frac{1}{4}} = (3-1) \times \frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$



Exercice 3. (3 points)

Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$$a)\ \ h(x) = \frac{3}{x} - \frac{x^3}{3} - 7x^2 + 4x - 5 \text{ définie sur } \mathbb{R}^*$$

$$b)\ \ k(x) = \frac{4x-1}{2-5x} \text{ définie sur } \left]\frac{2}{5};+\infty\right[$$

Exercice 3.	**a)**	La fonction h est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ $\forall x \in]0;+\infty[,\ \ h'(x) = \dfrac{-3}{x^2} - \dfrac{3x^2}{3} - 14x + 4$ $h'(x) = \dfrac{-3}{x^2} - x^2 - 14x + 4$
	b)	La fonction k est dérivable sur $\left]\frac{2}{5};+\infty\right[$ $\forall x \in \left]\dfrac{2}{5};+\infty\right[,\ \ k'(x) = \dfrac{4(2-5x)-(4x-1)(-5)}{(2-5x)^2}$ $k'(x) = \dfrac{8-20x+20x-5}{(2-5x)^2}$ $k'(x) = \dfrac{3}{(2-5x)^2}$

Exercice 4. (6 points)

On souhaite fabriquer des boîtes de rangement sans couvercle. Les boîtes auront la forme d'un parallélépipède rectangle **de hauteur 16 cm** et de base un rectangle ayant pour dimensions x et y exprimées en cm, où $x > 0$ et $y > 0$. Chaque boîte a un volume de 10 000 cm³.

▶ 1. Démontrer que $y = \frac{625}{x}$.

▶ 2. On note $f(x)$ **l'aire du parallélépipède rectangle**. Démontrer que : pour tout $x > 0$,

$$f(x) = \frac{20\,000}{x} + 32\,x + 625$$

▶ 3. Quelles dimensions doit-on donner à ces boîtes pour que leur surface ait une aire minimale ? *On justifiera avec toutes les étapes.*

Exercice 4.	**1.**	Chaque boîte a un volume de 10 000 cm³ or le volume vaut $$L \times l \times h = x \times y \times 16 = 10\,000$$ $$y = \frac{10\,000}{16x} = \frac{625}{x}$$
	2.	La boite est formée de 5 faces rectangulaires de côtés x ou 16 ou $y = \frac{625}{x}$. Pour tout $x > 0$, $$f(x) = 2 \times 16 \times x + 2 \times 16 \times \frac{625}{x} + x \times \frac{625}{x}$$ $$f(x) = 32x + 32 \times \frac{625}{x} + 625$$ $$f(x) = \frac{20\,000}{x} + 32\,x + 625$$

3.

La fonction f est dérivable sur $]0;+\infty[$

$\forall x \in]0;+\infty[, \quad f'(x) = \frac{-20\,000}{x^2} + 32$

$$f'(x) = \frac{-20\,000}{x^2} + \frac{32x^2}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{32x^2 - 20\,000}{x^2}$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 32x^2 - 20\,000 > 0 \text{ car } x^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow 32x^2 > 20\,000$$

$$\Leftrightarrow x^2 > \frac{20\,000}{32}$$

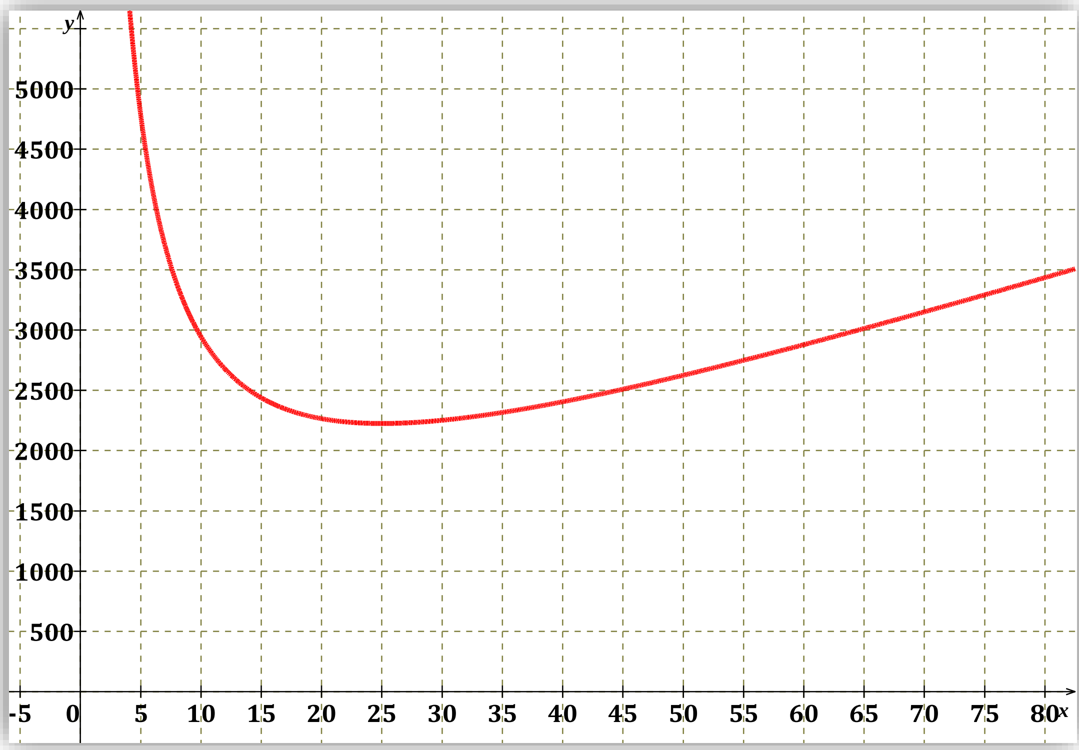
$$\Leftrightarrow x^2 > 625$$

$$\Leftrightarrow x > \sqrt{625} \text{ ou } \underbrace{x < -\sqrt{625}}_{\text{exclu car } x>0}$$

$$\Leftrightarrow x > 25$$

x	0		25		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	2225	$\nearrow$	

Pour que leur surface ait une aire minimale, les boites doivent avoir pour dimension 25 cm sur $\frac{625}{25} = 25$ cm et 16 cm de hauteur.



CORRECTION du contrôle n° 5
Correction du sujet n° 2

Exercice 1. (6 points)

Les maladies cardio-vasculaires sont l'une des principales causes de mortalité. L'inactivité physique est un facteur de risque majeur dans le développement de ces maladies. On sait que :

- 8 % des personnes sont atteintes d'une maladie cardio-vasculaire;
- parmi les personnes atteintes d'une maladie cardio-vasculaire, 40 % pratiquent une activité physique régulière (30 minutes par jour);
- parmi les personnes non atteintes d'une maladie cardio-vasculaire, 55 % pratiquent une activité physique régulière.

On choisit au hasard une personne de l'échantillon, on note M l'évènement : « la personne est atteinte d'une maladie cardio-vasculaire » et S l'évènement : « elle pratique une activité physique régulière ».

▶1. Représenter la situation par un arbre de probabilités

▶2a) Déterminer la probabilité que la personne choisie soit atteinte d'une maladie cardio-vasculaire et pratique une activité physique.

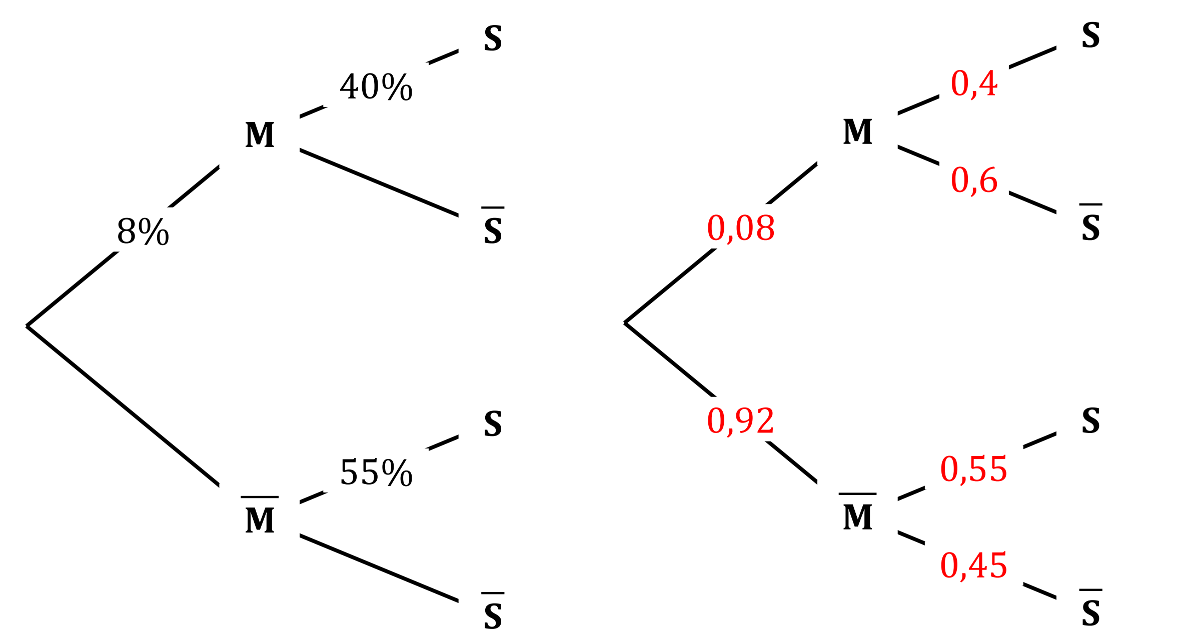
b) Démontrer que la probabilité que la personne choisie pratique une activité physique régulière est de 0,538.

▶3. Sachant que la personne choisie pratique une activité physique régulière, quelle est la probabilité qu'elle soit atteinte d'une maladie cardio-vasculaire ?

▶4. Déterminer $P_{\bar{S}}(M)$.

▶5. Une campagne de sensibilisation affirme qu'une activité physique régulière fait baisser de plus de 40 % la probabilité d'être atteint d'une maladie cardio-vasculaire.

En utilisant les résultats des deux questions précédentes, que pensez-vous de cette affirmation ?

Exercice 1.	**1.**	
	2a)	$P(M \cap S) = 0{,}08 \times 0{,}4 = 0{,}032$
	2b)	$P(S) = P(M \cap S) + P(\bar{M} \cap S)$ $P(S) = 0{,}032 + 0{,}92 \times 0{,}55$ $P(S) = 0{,}032 + 0{,}506 = 0{,}538$

	3.	$P_S(M) = \dfrac{P(M \cap S)}{P(S)} = \dfrac{0{,}032}{0{,}538} \approx 0{,}059$
	4.	$P_{\bar{S}}(M) = \dfrac{P(M \cap \bar{S})}{P(\bar{S})} = \dfrac{0{,}08 \times 0{,}6}{1 - 0{,}538} = \dfrac{0{,}048}{0{,}462} \approx 0{,}104$
	5.	Parmi les personnes qui pratiquent une activité physique régulière, 5,9% sont atteints d'une maladie cardio-vasculaire. Parmi les personnes qui ne pratiquent pas d'activité physique régulière, 10,4% sont atteints d'une maladie cardio-vasculaire. $\dfrac{5{,}9 - 10{,}4}{10{,}4} = -0{,}433$ L'affirmation est donc vraie, la baisse est de 43,3% soit plus de 40%.

Exercice 2. (5 points)

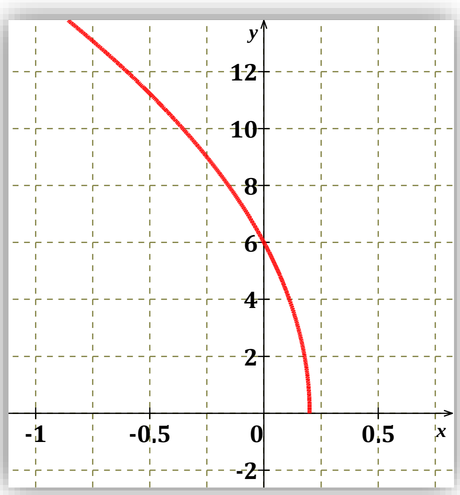
▶1. Soit la fonction $f(x) = 6\sqrt{1-5x}$.

Démontrer que la fonction f est strictement monotone sur l'intervalle $\left]-\infty; \frac{1}{5}\right]$.

▶2. Soit la fonction $g(x) = (4-3x)\sqrt{x}$ définie sur $[0; +\infty[$.

a) Démontrer que, pour tout réel $x \in]0; +\infty[$, $g'(x) = \dfrac{-9x+4}{2\sqrt{x}}$

b) Dresser, en justifiant, le tableau de variations de la fonction g. On précisera son extremum.

<table>
<tr>
<td>Exercice 2.</td>
<td>1.</td>
<td>
La fonction f est dérivable $\left]-\infty; \frac{1}{5}\right[$
$\forall x \in \left]-\infty; \dfrac{1}{5}\right[, \quad f'(x) = 6 \times \dfrac{-5}{2\sqrt{1-5x}} = \dfrac{-15}{\sqrt{1-5x}}$
$\forall x \in \left]-\infty; \dfrac{1}{5}\right[, \quad \sqrt{1-5x} > 0 \text{ et } -15 < 0 \text{ donc } f'(x) < 0$
La fonction f est donc strictement décroissante sur $\left]-\infty; \frac{1}{5}\right[$


</td>
</tr>
</table>

2a)

La fonction g est dérivable sur $]0;+\infty[$

$$\forall x \in \,]0;+\infty[,\quad g'(x) = (-3) \times \sqrt{x} + (4-3x) \times \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$g'(x) = \frac{-3\sqrt{x} \times 2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} + \frac{4-3x}{2\sqrt{x}}$$

$$g'(x) = \frac{-6x+4-3x}{2\sqrt{x}}$$

$$g'(x) = \frac{-9x+4}{2\sqrt{x}}$$

2b)

$$g'(x) > 0 \Leftrightarrow -9x+4 > 0 \text{ car } 2\sqrt{x} > 0$$

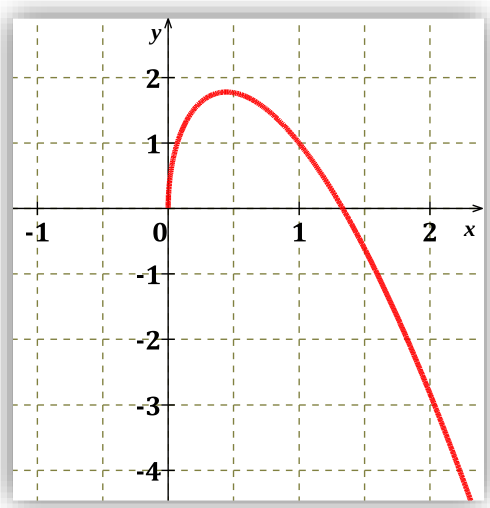
$$\Leftrightarrow -9x > -4$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{-4}{-9}$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{4}{9}$$

x	$-\infty$		$\frac{4}{9}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$		$\nearrow$	$\frac{16}{9}$	$\searrow$	

$$g\left(\frac{4}{9}\right) = \left(4 - 3 \times \frac{4}{9}\right)\sqrt{\frac{4}{9}} = \left(\frac{12}{3} - \frac{4}{3}\right) \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{9}$$



Exercice 3. (3 points)

Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$$a)\ \ h(x) = \frac{5}{x} - 4x^3 - \frac{x^2}{2} + 5x - 4 \text{ définie sur } \mathbb{R}^*$$

$$b)\ \ k(x) = \frac{5x-2}{1-4x} \text{ définie sur } \left]\frac{1}{4};+\infty\right[$$

<table>
<tr><td rowspan="2">Exercice 3.</td><td>a)</td><td>La fonction h est dérivable sur $\mathbb{R}^*$
$\forall x \in]0;+\infty[,\ \ h'(x) = \frac{-5}{x^2} - 12x^2 - \frac{2x}{2} + 5$
$h'(x) = \frac{-5}{x^2} - 12x^2 - x + 5$</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>La fonction k est dérivable sur $\left]\frac{1}{4};+\infty\right[$
$\forall x \in \left]\frac{1}{4};+\infty\right[,\ \ k'(x) = \frac{5(1-4x)-(5x-2)(-4)}{(1-4x)^2}$
$k'(x) = \frac{5-20x+20x-8}{(1-4x)^2}$
$k'(x) = \frac{-3}{(1-4x)^2}$</td></tr>
</table>

Exercice 4. (6 points)

On souhaite fabriquer des boîtes de rangement sans couvercle. Les boîtes auront la forme d'un parallélépipède rectangle **de hauteur 15 cm** et de base un rectangle ayant pour dimensions x et y exprimées en cm, où $x > 0$ et $y > 0$. Chaque boîte a un volume de 6 000 cm³.

▶1. Démontrer que $y = \frac{400}{x}$.

▶2. On note $f(x)$ **l'aire du parallélépipède rectangle**. Démontrer que : pour tout $x > 0$,

$$f(x) = \frac{12\,000}{x} + 30\,x + 400$$

▶3. Quelles dimensions doit-on donner à ces boîtes pour que leur surface ait une aire minimale ? *On justifiera avec toutes les étapes*

<table>
<tr><td rowspan="2">Exercice 4.</td><td>1.</td><td>Chaque boîte a un volume de 6 000 cm³ or le volume vaut
$$L \times l \times h = x \times y \times 15 = 6\,000$$
$$y = \frac{6\,000}{15x} = \frac{400}{x}$$</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>La boite est formée de 5 faces rectangulaires de côtés x ou 15 ou $y = \frac{400}{x}$.
Pour tout $x > 0$,
$$f(x) = 2 \times 15 \times x + 2 \times 15 \times \frac{400}{x} + x \times \frac{400}{x}$$
$$f(x) = 30x + 30 \times \frac{400}{x} + 400$$
$$f(x) = \frac{12\,000}{x} + 30\,x + 400$$</td></tr>
</table>

3.

La fonction f est dérivable sur $]0;+\infty[$

$\forall x \in\,]0;+\infty[,\;\; f'(x)=\dfrac{-12\,000}{x^2}+30$

$$f'(x)=\frac{-12\,000}{x^2}+\frac{30x^2}{x^2}$$

$$f'(x)=\frac{30x^2-12\,000}{x^2}$$

$$f'(x)>0 \Leftrightarrow 30x^2-12\,000>0 \text{ car } x^2>0$$

$$\Leftrightarrow 30x^2>12\,000$$

$$\Leftrightarrow x^2>\frac{12\,000}{30}$$

$$\Leftrightarrow x^2>400$$

$$\Leftrightarrow x>\sqrt{400} \text{ ou } \underbrace{x<-\sqrt{400}}_{\text{exclu car } x>0}$$

$$\Leftrightarrow x>20$$

x	0	20	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$	1600	$\nearrow$

Pour que leur surface ait une aire minimale, les boites doivent avoir pour dimension 20 cm sur $\frac{400}{20}=20$ cm et 15 cm de hauteur.