Lundi 16 décembre 2024
Première ➡ Contrôle n° 3
Spécialité Mathématiques

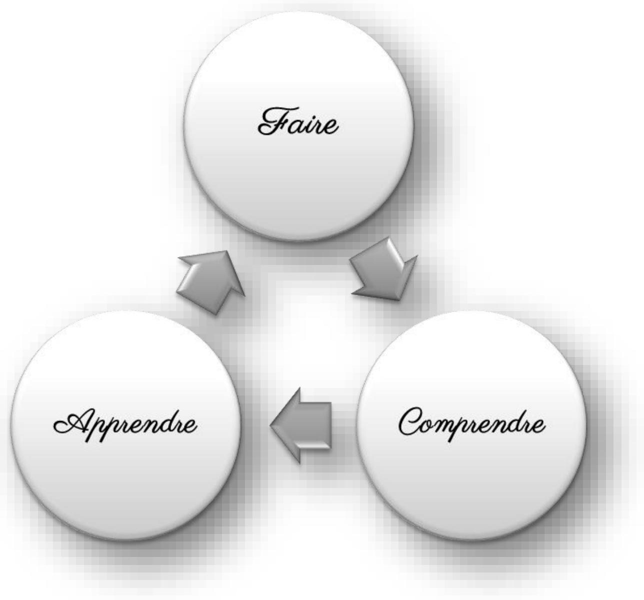


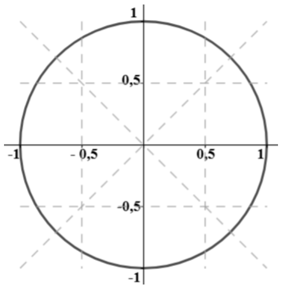
Table des matières

Première ➡ Contrôle n°3

Spécialité Mathématiques - Calculatrice autorisée

Enoncé du sujet A

Exercice 1. (3 points)



Dans un repère orthonormé, on a tracé le cercle trigonométrique.

1 Placer sur le cercle trigonométrique les angles en radian :

$$5\pi \qquad \frac{-\pi}{2} \qquad \frac{2\pi}{3} \qquad \frac{-9\pi}{4}$$

2 Placer sur le cercle trigonométrique :

$$\frac{-1169\,\pi}{6}$$

Exercice 2. (12 points)

L'Écureuil roux a, depuis la fin de la dernière glaciation, recolonisé presque toute l'Europe. S'il est encore très présent en Europe centrale, il a presque disparu en Angleterre et de la majeure partie de l'Irlande. C'est la concurrence alimentaire avec l'Écureuil gris, originaire d'Amérique du Nord, une espèce beaucoup plus adaptée aux forêts de feuillus, qui constitue la principale cause de disparition.

L'écureuil gris a été introduit en Grande Bretagne en 1870, la population d'écureuil roux était alors de 3,7 millions d'individus.

1 D'après les observations la population d'écureuils roux a diminué régulièrement de 3% chaque année. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n représente le nombre d'écureuils roux, en milliers, pour l'année $1870 + n$. On a alors $u_0 = 3700$.

a) Calculer u_1 et interpréter votre résultat.
b) Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
c) En déduire une expression de u_n en fonction de n.
d) Quel était le nombre d'écureuils roux en 1900 ?
e) En quelle année, le nombre d'écureuils roux a-t-il été divisé par 2 ?

2 Pour tout $n \in \mathbb{N}$, v_n est le nombre d'écureuils gris, en milliers, l'année $1870 + n$. On a observé que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 1{,}02\, v_n + 2{,}5$ et $v_0 = 0$.

a) Calculer v_1 et v_2.
b) La suite (v_n) est-elle arithmétique ou géométrique ?
c) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, posons $a_n = v_n + 125$.
  - Démontrer que la suite (a_n) est géométrique.
  - En déduire une expression de a_n en fonction de n puis une expression de v_n.

d) Quel était le nombre d'écureuils gris en 1900 ?

3 Selon ce modèle, comment vont évoluer les populations d'écureuils roux et d'écureuils gris à l'avenir ? *On justifiera sa réponse.*

Exercice 3. (5 points)

Couches pour bébés, textiles, emballages alimentaires… Tous contiennent des produits chimiques dangereux pour la santé et l'environnement. La Commission européenne prévoit de les interdire progressivement d'ici 2030. Une usine de fabrication de couverts en plastique produisait 500 000 unités en janvier 2020 et a diminué progressivement sa production de 50 000 unités par an. Pour tout entier naturel non nul n, u_n est la production de couverts, en milliers, l'année $2019 + n$, donc $u_1 = 500$.

1 Quelle est la nature de (u_n) ? On précisera ses paramètres.

2 Exprimer u_n en fonction de n pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

3 En quelle année l'usine va-t-elle arrêter définitivement sa production ?

4 Calculer $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_{11}$.

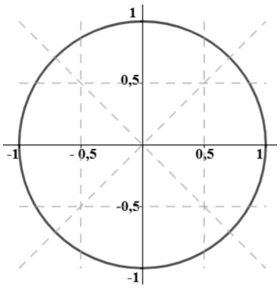
5 Une autre usine qui produisait 500 000 unités en 2020 elle aussi, a décidé de réduire sa production de 74% chaque année. Calculer le nombre total cumulé de couverts fabriqués entre 2020 et 2030. Selon vous, pour l'environnement, quelle usine est préférable ?

Première ➡ Contrôle n° 3

Spécialité Mathématiques - Calculatrice autorisée

Enoncé du sujet B

Exercice 1. (3 points)



Dans un repère orthonormé, on a tracé le cercle trigonométrique.

1 Placer sur le cercle trigonométrique les angles en radian :

$$4\pi \qquad \frac{3\pi}{2} \qquad \frac{-2\pi}{3} \qquad \frac{-7\pi}{6}$$

2 Placer sur le cercle trigonométrique :

$$\frac{-1175\,\pi}{4}$$

Exercice 2. (12 points)

L'Écureuil roux a, depuis la fin de la dernière glaciation, recolonisé presque toute l'Europe. S'il est encore très présent en Europe centrale, il a presque disparu en Angleterre et de la majeure partie de l'Irlande. C'est la concurrence alimentaire avec l'Écureuil gris, originaire d'Amérique du Nord, une espèce beaucoup plus adaptée aux forêts de feuillus, qui constitue la principale cause de disparition.

L'écureuil gris a été introduit en Grande Bretagne en 1870, la population d'écureuil roux était alors de 3,7 millions d'individus.

1 D'après les observations la population d'écureuils roux a diminué régulièrement de 2% chaque année. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n représente le nombre d'écureuils roux, en milliers, pour l'année $1870 + n$. On a alors $u_0 = 3700$.

a) Calculer u_1 et interpréter votre résultat.
b) Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
c) En déduire une expression de u_n en fonction de n.
d) Quel était le nombre d'écureuils roux en 1900 ?
e) En quelle année, le nombre d'écureuils roux a-t-il été divisé par 2 ?

2 Pour tout $n \in \mathbb{N}$, v_n est le nombre d'écureuils gris, en milliers, l'année $1870 + n$. On a observé que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 1{,}01\, v_n + 3{,}5$ et $v_0 = 0$.

a) Calculer v_1 et v_2.
b) La suite (v_n) est-elle arithmétique ou géométrique ?
c) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, posons $a_n = v_n + 350$.
- Démontrer que la suite (a_n) est géométrique.
- En déduire une expression de a_n en fonction de n puis une expression de v_n.

d) Quel était le nombre d'écureuils gris en 1900 ?

3 Selon ce modèle, comment vont évoluer les populations d'écureuils roux et d'écureuils gris à l'avenir ? *On justifiera sa réponse.*

Exercice 3. (5 points)

Couches pour bébés, textiles, emballages alimentaires… Tous contiennent des produits chimiques dangereux pour la santé et l'environnement. La Commission européenne prévoit de les interdire progressivement d'ici 2030. Une usine de fabrication de couverts en plastique produisait 400 000 unités en janvier 2020 et a diminué progressivement sa production de 40 000 unités par an. Pour tout entier naturel non nul n, u_n est la production de couverts, en milliers, l'année $2019 + n$, donc $u_1 = 400$.

1 Quelle est la nature de (u_n) ? On précisera ses paramètres.

2 Exprimer u_n en fonction de n pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

3 En quelle année l'usine va-t-elle arrêter définitivement sa production ?

4 Calculer $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_{11}$.

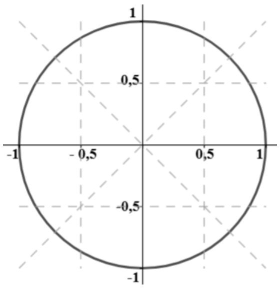
5 Une autre usine qui produisait 400 000 unités en 2020 elle aussi, a décidé de réduire sa production de 73% chaque année. Calculer le nombre total cumulé de couverts fabriqués entre 2020 et 2030. Selon vous, pour l'environnement, quelle usine est préférable ?

Première ➡ Contrôle n° 3

Spécialité Mathématiques

Correction du sujet A

Correction de l'exercice 1. (3 points)



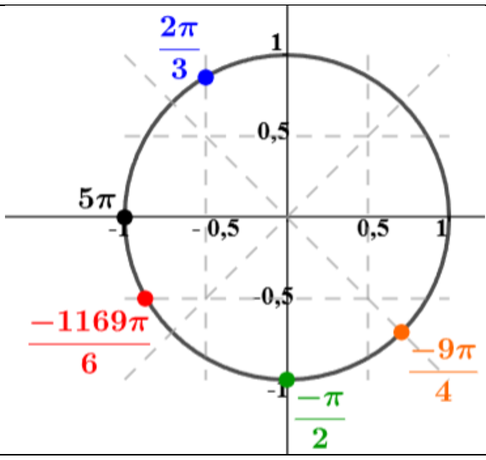
Dans un repère orthonormé, on a tracé le cercle trigonométrique.

1 Placer sur le cercle trigonométrique les angles en radian :

$$5\pi \qquad \frac{-\pi}{2} \qquad \frac{2\pi}{3} \qquad \frac{-9\pi}{4}$$

2 Placer sur le cercle trigonométrique :

$$\frac{-1169\,\pi}{6}$$

Exercice 1.	1	
	2	Je divise 1169 par 12 : $1169 = 97 \times 12 + 5$ $\frac{-1169\,\pi}{6} = \frac{-97 \times 12\pi - 5\,\pi}{6}$ $= -97 \times \frac{12\pi}{6} - \frac{5\,\pi}{6}$ $= -97 \times 2\pi - \frac{5\,\pi}{6}$ $\frac{-1169\,\pi}{6} = -\frac{5\,\pi}{6}$ modulo 2π Ce qui signifie que $\frac{-1169\,\pi}{6}$ et $-\frac{5\,\pi}{6}$ sont placés au même endroit sur le cercle trigonométrique.

Correction de l'exercice 2. (12 points)

L'Écureuil roux a, depuis la fin de la dernière glaciation, recolonisé presque toute l'Europe. S'il est encore très présent en Europe centrale, il a presque disparu en Angleterre et de la majeure partie de l'Irlande. C'est la concurrence alimentaire avec l'Écureuil gris, originaire d'Amérique du Nord, une espèce beaucoup plus adaptée aux forêts de feuillus, qui constitue la principale cause de disparition.

L'écureuil gris a été introduit en Grande Bretagne en 1870, la population d'écureuil roux était alors de 3,7 millions d'individus.

1 D'après les observations la population d'écureuils roux a diminué régulièrement de 3% chaque année. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n représente le nombre d'écureuils roux, en milliers, pour l'année $1870 + n$. On a alors $u_0 = 3700$.

a) Calculer u_1 et interpréter votre résultat.

b) Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
c) En déduire une expression de u_n en fonction de n.
d) Quel était le nombre d'écureuils roux en 1900 ?
e) En quelle année, le nombre d'écureuils roux a-t-il été divisé par 2 ?

2 Pour tout $n \in \mathbb{N}$, v_n est le nombre d'écureuils gris, en milliers, l'année $1870 + n$. On a observé que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 1{,}02\ v_n + 2{,}5$ et $v_0 = 0$.

a) Calculer v_1 et v_2.
b) La suite (v_n) est-elle arithmétique ou géométrique ?
c) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, posons $a_n = v_n + 125$.
- Démontrer que la suite (a_n) est géométrique.
- En déduire une expression de a_n en fonction de n puis une expression de v_n.

d) Quel était le nombre d'écureuils gris en 1900 ?

3 Selon ce modèle, comment vont évoluer les populations d'écureuils roux et d'écureuils gris à l'avenir ? *On justifiera sa réponse.*

Exercice 2.	**1**	Une baisse de 3% correspond à une multiplication par 0,97. $u_1 = 0{,}97 \times 3\,700 = 3\,589$ En 1871, il y avait 3 589 000 d'écureuils roux.
		Pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}97\ u_n$. La suite (u_n) est donc une suite géométrique de raison 0,97 et de 1[er] terme $u_0 = 3700$.
		Pour tout entier naturel n, $u_n = u_0 \times q^n = 3700 \times 0{,}97^n$.
		$1900 = 1870 + 30$ $u_{30} = 3700 \times 0{,}97^{30} \approx 1483{,}726$ En 1900, il y avait 1 483 726 d'écureuils roux.
		$u_n < \dfrac{3700}{2}$ $\Leftrightarrow 3700 \times 0{,}97^n < 1850$ $\Leftrightarrow 0{,}97^n < \dfrac{1850}{3700}$ $\Leftrightarrow 0{,}97^n < 0{,}5$ $0{,}97^{22} \approx 0{,}512 > 0{,}5$ $0{,}97^{23} \approx 0{,}496 < 0{,}5$ Le nombre d'écureuils roux a été divisé par 2 au bout de 23 années soit en $1870 + 23 = 1893$.
	2	$v_0 = 0$ $v_1 = 1{,}02\ \times 0 + 2{,}5 = 2{,}5$ $v_2 = 1{,}02\ \times 2{,}5 + 2{,}5 = 5{,}05$
		$v_1 - v_0 = 2{,}5$ et $v_2 - v_1 = 5{,}05 - 2{,}5 = 2{,}55$ Puisque $v_1 - v_0 \neq v_2 - v_1$, la suite (v_n) n'est pas arithmétique. $\dfrac{v_0}{v_1} = 0$ et $\dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{2{,}5}{5{,}05} \approx 0{,}495$ Puisque $\frac{v_0}{v_1} \neq \frac{v_1}{v_2}$, la suite (v_n) n'est pas géométrique.

		Soit $n \in \mathbb{N}$, $a_n = v_n + 125$ $a_{n+1} = v_{n+1} + 125$ $a_{n+1} = 1{,}02\ v_n + 2{,}5 + 125$ $a_{n+1} = 1{,}02\ v_n + 127{,}5$ $a_{n+1} = 1{,}02\left(v_n + \dfrac{127{,}5}{1{,}02}\right)$ $a_{n+1} = 1{,}02\ (v_n + 125)$ $a_{n+1} = 1{,}02\ a_n$ J'en déduis que la suite (a_n) est géométrique de raison 1,02 et de 1er terme $a_0 = v_0 + 125 = 125$. Par conséquent, pour tout entier naturel n, $a_n = u_0 \times q^n = 125 \times 1{,}02^n$ Et donc, $\forall n \in \mathbb{N}$, $v_n = 125 \times 1{,}02^n - 125$
		$1900 = 1870 + 30$ $v_{30} = 125 \times 1{,}02^{30} - 125 \approx 101{,}420$ En 1900, il y avait 101 420 d'écureuils gris.
	3	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} 3700 \times 0{,}97^n = 0$ car $0 < 0{,}97 < 1$ Selon ce modèle, la population d'écureuil roux va tendre vers 0. $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \lim\limits_{n\to+\infty} 125 \times 1{,}02^n - 125 = +\infty$ car $1{,}02 > 1$ Selon ce modèle, la population d'écureuil gris va grandir à l'infini.

Correction de l'exercice 3. (5 points)

Couches pour bébés, textiles, emballages alimentaires… Tous contiennent des produits chimiques dangereux pour la santé et l'environnement. La Commission européenne prévoit de les interdire progressivement d'ici 2030. Une usine de fabrication de couverts en plastique produisait 500 000 unités en janvier 2020 et a diminué progressivement sa production de 50 000 unités par an. Pour tout entier non nul n, u_n est la production de couverts, en milliers, l'année $2019 + n$, donc $u_1 = 500$.

1 Quelle est la nature de (u_n) ? On précisera ses paramètres.
2 Exprimer u_n en fonction de n pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.
3 En quelle année l'usine va-t-elle arrêter définitivement sa production ?
4 Calculer $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_{11}$.
5 Une autre usine qui produisait 500 000 unités en 2020 elle aussi, a décidé de réduire sa production de 74% chaque année. Calculer le nombre total cumulé de couverts fabriqués entre 2020 et 2030. Selon vous, pour l'environnement, quelle usine est préférable ?

Exercice 3.	1	Pour tout entier naturel non nul n, $u_{n+1} = u_n - 50$. La suite (u_n) est donc une suite arithmétique de raison -50 et de 1er terme $u_1 = 500$.
	2	Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = u_1 + (n-1) \times r = 500 - 50(n-1)$ $u_n = 500 - 50n + 50 = 550 - 50n$
	3	$u_n = 550 - 50n = 0$ $\Leftrightarrow -50n = -550$ $\Leftrightarrow n = \dfrac{-550}{-50} = 11$ L'usine va arrêter définitivement sa production en 2019 + 11 soit en 2030.
	4	$S = u_1 + u_2 + \cdots + u_{11}$ $S = 500 + 450 + \cdots + 50 + 0$ $S = 50(10 + 9 + \cdots + 2 + 1)$ $S = 50 \times \dfrac{10 \times 11}{2} = 2750$ Au total, entre 2020 et 2030, le nombre total cumulé de couverts fabriqués par cette entreprise serait de 2 750 000.

5

Pour tout entier naturel non nul n, notons v_n le nombre de couverts fabriqués par cette 2^e^ usine.

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, v_{n+1} = 0{,}26\, v_n$$

La suite (v_n) est géométrique de raison 0,26 et de 1^er^ terme $v_1 = 500$.

On a alors , $\forall n \in \mathbb{N}^*, v_n = v_1 \times q^{n-1} = 500 \times 0{,}26^{n-1}$

$S' = v_1 + v_2 + \cdots + v_{11}$

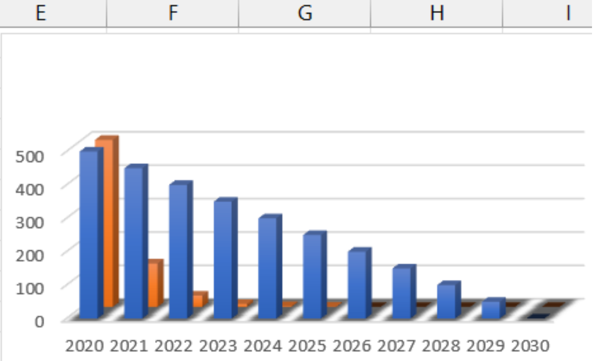
$S' = 500 \times 0{,}26^0 + 500 \times 0{,}26^1 + \cdots + 500 \times 0{,}26^{10}$

$S' = 500 \times (0{,}26^0 + 0{,}26^1 + \cdots + 0{,}26^{10})$

$S' = 500 \times \dfrac{1 - 0{,}26^{11}}{1 - 0{,}26} \approx 675{,}676(1 - 0{,}26^{11}) \approx 675{,}675$

Au total, entre 2020 et 2030, le nombre total cumulé de couverts fabriqués par cette 2^e^ entreprise serait de 675 675.

	A	B	C	D
1		**n**	**u(n)**	**v(n)**
2	**2020**	1	500	500
3	**2021**	2	450	130
4	**2022**	3	400	33,8
5	**2023**	4	350	8,788
6	**2024**	5	300	2,28488
7	**2025**	6	250	0,5940688
8	**2026**	7	200	0,15445789
9	**2027**	8	150	0,04015905
10	**2028**	9	100	0,01044135
11	**2029**	10	50	0,00271475
12	**2030**	11	0	0,00070584
13		**TOTAL**	**2750**	**675,675428**



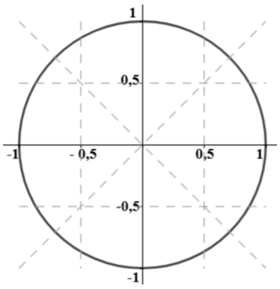
La seconde entreprise est plus écologique.

Première ➡ Contrôle n° 3

Spécialité Mathématiques

Correction du sujet B

Correction de l'exercice 1. (3 points)



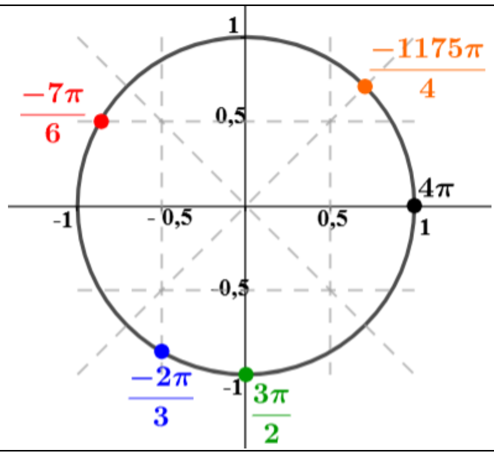
Dans un repère orthonormé, on a tracé le cercle trigonométrique.

1 Placer sur le cercle trigonométrique les angles en radian :

$$4\pi \qquad \frac{3\pi}{2} \qquad \frac{-2\pi}{3} \qquad \frac{-7\pi}{6}$$

2 Placer sur le cercle trigonométrique :

$$\frac{-1175\,\pi}{4}$$

Exercice 1.	1	
	2	Je divise 1175 par 8 : $1175 = 146 \times 8 + 7$ $\frac{-1175\,\pi}{4} = \frac{-146 \times 8\pi - 7\,\pi}{4}$ $= -146 \times \frac{8\pi}{4} - \frac{7\,\pi}{4}$ $= -146 \times 2\pi - \frac{7\,\pi}{4}$ $\frac{-1175\,\pi}{4} = \frac{-7\,\pi}{4}$ modulo 2π Ce qui signifie que $\frac{-1175\,\pi}{4}$ et $-\frac{7\pi}{4}$ sont placés au même endroit sur le cercle trigonométrique.

Correction de l'exercice 2. (12 points)

L'Écureuil roux a, depuis la fin de la dernière glaciation, recolonisé presque toute l'Europe. S'il est encore très présent en Europe centrale, il a presque disparu en Angleterre et de la majeure partie de l'Irlande. C'est la concurrence alimentaire avec l'Écureuil gris, originaire d'Amérique du Nord, une espèce beaucoup plus adaptée aux forêts de feuillus, qui constitue la principale cause de disparition.

L'écureuil gris a été introduit en Grande Bretagne en 1870, la population d'écureuil roux était alors de 3,7 millions d'individus.

1 D'après les observations la population d'écureuils roux a diminué régulièrement de 2%

chaque année. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n représente le nombre d'écureuils roux, en milliers, pour l'année $1870 + n$. On a alors $u_0 = 3700$.

a) Calculer u_1 et interpréter votre résultat.
b) Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
c) En déduire une expression de u_n en fonction de n.
d) Quel était le nombre d'écureuils roux en 1900 ?
e) En quelle année, le nombre d'écureuils roux a-t-il été divisé par 2 ?

2 Pour tout $n \in \mathbb{N}$, v_n est le nombre d'écureuils gris, en milliers, l'année $1870 + n$. On a observé que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 1{,}01\, v_n + 3{,}5$ et $v_0 = 0$.

a) Calculer v_1 et v_2.
b) La suite (v_n) est-elle arithmétique ou géométrique ?
c) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, posons $a_n = v_n + 350$.
   - Démontrer que la suite (a_n) est géométrique.
   - En déduire une expression de a_n en fonction de n puis une expression de v_n.
d) Quel était le nombre d'écureuils gris en 1900 ?

3 Selon ce modèle, comment vont évoluer les populations d'écureuils roux et d'écureuils gris à l'avenir ? *On justifiera sa réponse.*

Exercice 2.	**1**	Une baisse de 2% correspond à une multiplication par 0,98. $u_1 = 0{,}98 \times 3\,700 = 3\,626$ En 1871, il y avait 3 626 000 d'écureuils roux.
		Pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}98\, u_n$. La suite (u_n) est donc une suite géométrique de raison 0,98 et de 1er terme $u_0 = 3700$.
		Pour tout entier naturel n, $u_n = u_0 \times q^n = 3700 \times 0{,}98^n$.
		$1900 = 1870 + 30$ $u_{30} = 3700 \times 0{,}98^{30} \approx 2018{,}292$ En 1900, il y avait 2 018 292 d'écureuils roux.
		$u_n < \frac{3700}{2}$ $\Leftrightarrow 3700 \times 0{,}98^n < 1850$ $\Leftrightarrow 0{,}98^n < \frac{1850}{3700}$ $\Leftrightarrow 0{,}98^n < 0{,}5$ $0{,}98^{34} \approx 0{,}503 > 0{,}5$ $0{,}98^{35} \approx 0{,}493 < 0{,}5$ Le nombre d'écureuils roux a été divisé par 2 au bout de 35 années soit en $1870 + 35 = 1905$.
	2	$v_0 = 0$ $v_1 = 1{,}01 \times 0 + 3{,}5 = 3{,}5$ $v_2 = 1{,}01 \times 3{,}5 + 3{,}5 = 7{,}035$
		$v_1 - v_0 = 3{,}5$ et $v_2 - v_1 = 7{,}035 - 3{,}5 = 3{,}535$ Puisque $v_1 - v_0 \neq v_2 - v_1$, la suite (v_n) n'est pas arithmétique. $\frac{v_0}{v_1} = 0$ et $\frac{v_1}{v_2} = \frac{3{,}5}{7{,}035} \approx 0{,}4975$ Puisque $\frac{v_0}{v_1} \neq \frac{v_1}{v_2}$, la suite (v_n) n'est pas géométrique.

		Soit $n \in \mathbb{N}$, $a_n = v_n + 350$ $a_{n+1} = v_{n+1} + 350$ $a_{n+1} = 1{,}01\, v_n + 3{,}5 + 350$ $a_{n+1} = 1{,}01\, v_n + 353{,}5$ $a_{n+1} = 1{,}01\left(v_n + \dfrac{353{,}5}{1{,}01}\right)$ $a_{n+1} = 1{,}01\,(v_n + 350)$ $a_{n+1} = 1{,}01\, a_n$ J'en déduis que la suite (a_n) est géométrique de raison 1,02 et de 1er terme $a_0 = v_0 + 350 = 350$. Par conséquent, pour tout entier naturel n, $a_n = u_0 \times q^n = 350 \times 1{,}01^n$ Et donc, $\forall n \in \mathbb{N}$, $v_n = 350 \times 1{,}01^n - 350$
		$1900 = 1870 + 30$ $v_{30} = 350 \times 1{,}01^{30} - 350 \approx 121{,}747$ En 1900, il y avait 121 747 d'écureuils gris.
	3	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} 3700 \times 0{,}98^n = 0$ car $0 < 0{,}98 < 1$ Selon ce modèle, la population d'écureuil roux va tendre vers 0. $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \lim\limits_{n\to+\infty} 350 \times 1{,}01^n - 350 = +\infty$ car $1{,}01 > 1$ Selon ce modèle, la population d'écureuil gris va grandir à l'infini.

Correction de l'exercice 3. (5 points)

Couches pour bébés, textiles, emballages alimentaires… Tous contiennent des produits chimiques dangereux pour la santé et l'environnement. La Commission européenne prévoit de les interdire progressivement d'ici 2030. Une usine de fabrication de couverts en plastique produisait 400 000 unités en janvier 2020 et a diminué progressivement sa production de 40 000 unités par an. Pour tout entier non nul n, u_n est la production de couverts, en milliers, l'année $2019 + n$, donc $u_1 = 400$.

1. Quelle est la nature de (u_n) ? On précisera ses paramètres.
2. Exprimer u_n en fonction de n pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.
3. En quelle année l'usine va-t-elle arrêter définitivement sa production ?
4. Calculer $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_{11}$.
5. Une autre usine qui produisait 400 000 unités en 2020 elle aussi, a décidé de réduire sa production de 73% chaque année. Calculer le nombre total cumulé de couverts fabriqués entre 2020 et 2030. Selon vous, pour l'environnement, quelle usine est préférable ?

Exercice 3.	1	Pour tout entier naturel non nul n, $u_{n+1} = u_n - 40$. La suite (u_n) est donc une suite arithmétique de raison -40 et de 1er terme $u_1 = 400$.
	2	Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = u_1 + (n-1) \times r = 400 - 40(n-1)$ $u_n = 400 - 40n + 40 = 440 - 40n$
	3	$u_n = 440 - 40n = 0$ $\Leftrightarrow -40n = -440$ $\Leftrightarrow n = \dfrac{-440}{-40} = 11$ L'usine va arrêter définitivement sa production en $2019 + 11$ soit en 2030.
	4	$S = u_1 + u_2 + \cdots + u_{11}$ $S = 400 + 360 + \cdots + 40 + 0$ $S = 40(10 + 9 + \cdots + 2 + 1)$ $S = 40 \times \dfrac{10 \times 11}{2} = 2200$ Au total, entre 2020 et 2030, le nombre total cumulé de couverts fabriqués par cette entreprise serait de 2 200 000.

5

Pour tout entier naturel non nul n, notons v_n le nombre de couverts fabriqués par cette 2e usine.

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, v_{n+1} = 0{,}27\ v_n$$

La suite (v_n) est géométrique de raison 0,27 et de 1er terme $v_1 = 400$.

On a alors, $\forall n \in \mathbb{N}^*, v_n = v_1 \times q^{n-1} = 400 \times 0{,}27^{n-1}$

$S' = v_1 + v_2 + \cdots + v_{11}$

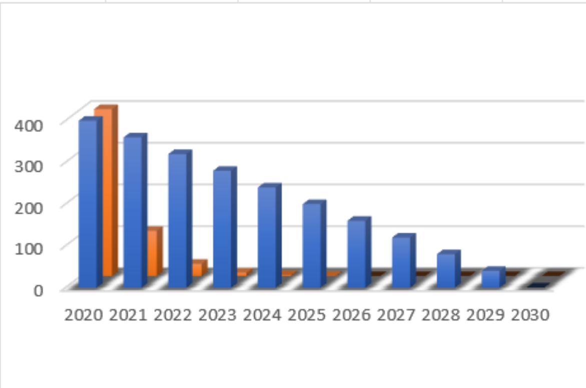
$S' = 400 \times 0{,}27^0 + 400 \times 0{,}27^1 + \cdots + 400 \times 0{,}27^{10}$

$S' = 400 \times (0{,}27^0 + 0{,}27^1 + \cdots + 0{,}27^{10})$

$S' = 400 \times \dfrac{1 - 0{,}27^{11}}{1 - 0{,}27} \approx 547{,}945(1 - 0{,}27^{11}) \approx 547{,}945$

Au total, entre 2020 et 2030, le nombre total cumulé de couverts fabriqués par cette 2e entreprise serait de 547 945.

	A	B	C	D
1		**n**	**u(n)**	**v(n)**
2	**2020**	1	400	400
3	**2021**	2	360	108
4	**2022**	3	320	29,16
5	**2023**	4	280	7,8732
6	**2024**	5	240	2,125764
7	**2025**	6	200	0,57395628
8	**2026**	7	160	0,1549682
9	**2027**	8	120	0,04184141
10	**2028**	9	80	0,01129718
11	**2029**	10	40	0,00305024
12	**2030**	11	0	0,00082356
13		**TOTAL**	**2200**	**547,944901**



La seconde entreprise est plus écologique.