

## Table des matières

|                                                  |    |
|--------------------------------------------------|----|
| Première Générale ➡ Enoncés des exercices .....  | 2  |
| Exercice 1. ....                                 | 2  |
| Exercice 2. ....                                 | 2  |
| Exercice 3. ....                                 | 2  |
| Exercice 4. ....                                 | 3  |
| Exercice 5. ....                                 | 3  |
| Première Générale ➡ Corrigés des exercices ..... | 5  |
| Exercice 1. ....                                 | 5  |
| Exercice 2. ....                                 | 6  |
| Exercice 3. ....                                 | 7  |
| Exercice 4. ....                                 | 9  |
| Exercice 5. ....                                 | 10 |

## Première Générale ➡ Enoncés des exercices

### Exercice 1.

► 1. Résoudre dans  $]-\pi; \pi]$  les équations suivantes :

a)  $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$                       b)  $4 \cos^2(x) - 3 = 0$

► 2. Sachant que  $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ , donner la valeur exacte de :

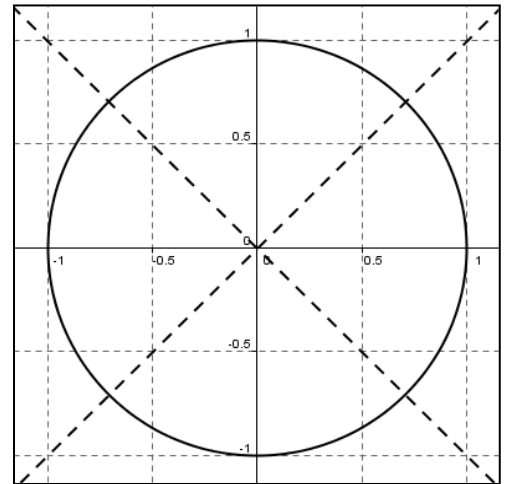
$$\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right)$$

$$\cos \frac{11\pi}{12}$$

$$\cos \frac{13\pi}{12}$$

$$\sin \frac{7\pi}{12}$$

$$\sin \frac{5\pi}{12}$$



### Exercice 2.

► 1. Placer les angles sur le cercle trigonométrique

$$\frac{2\pi}{3}$$

$$-\frac{9\pi}{4}$$

► 2. Déterminez les valeurs suivantes :

$$\cos(\pi) =$$

$$\sin(2\pi) =$$

$$\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) =$$

$$\sin\left(\frac{-\pi}{2}\right) =$$

$$\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) =$$

$$\cos\left(\frac{-281\pi}{6}\right) =$$

► 3. Déterminez l'angle  $x$  tel que

$$\cos(x) = -\frac{1}{2} \text{ et } \sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

### Exercice 3.

Soit  $f$  la fonction  $x \mapsto -3x^2 + 2$  définie sur  $\mathbb{R}$ .

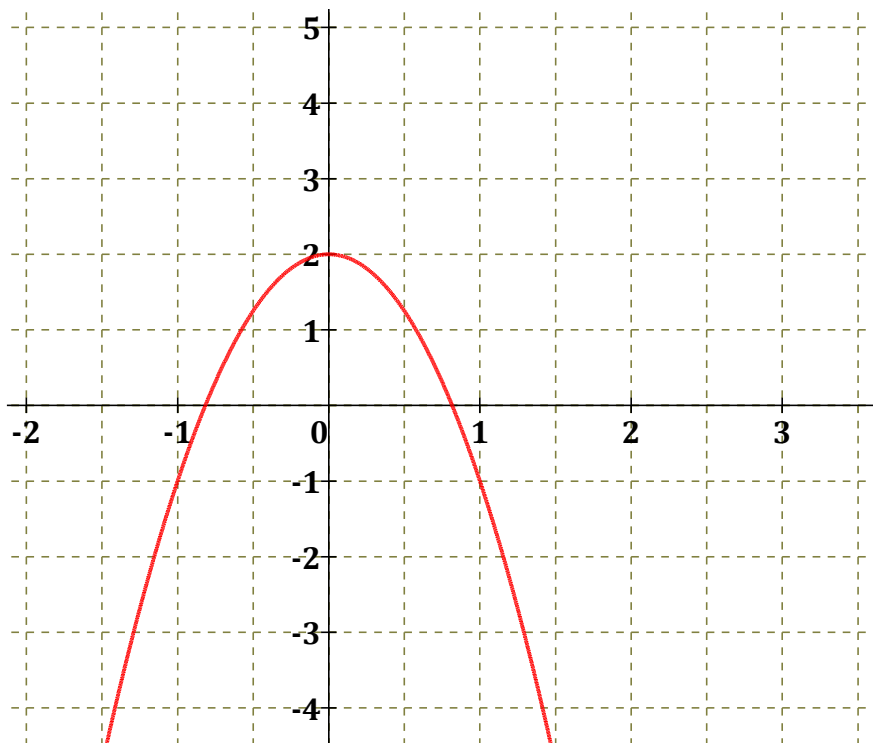
► 1. Démontrer que, pour tout nombre réel  $h$ ,

$$f(1+h) - f(1) = -6h - 3h^2$$

► 2. En déduire le taux de variation de la fonction  $f$  entre 1 et  $1+h$ .

► 3. La fonction  $f$  est-elle dérivable en 1 ? Si oui, préciser  $f'(1)$ .

► 4. Dans le repère ci-dessous, tracer la tangente à la courbe représentative de  $f$  au point d'abscisse 1.



- 5a) Déterminer l'équation de la droite qui passe par les points  $E\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$  et  $F\left(-\frac{3}{2}; -4\right)$ .
- b) Démontrer que la fonction  $f$  est paire.
- c) La droite  $(EF)$  est-elle tangente à la courbe de  $f$  ? Si oui en quel point ?
- d) En déduire  $f'(-1)$ .

#### Exercice 4.

Soit  $g$  la fonction  $x \mapsto \frac{1}{2x-1}$  définie sur  $\left]\frac{1}{2}; +\infty\right[$ .

- 1. Démontrer que, pour tout nombre réel  $h$ ,

$$g(2+h) - g(2) = \frac{-2h}{3(3+2h)}$$

- 2. En déduire le taux de variation de la fonction  $g$  entre 2 et  $2+h$ .
- 3. La fonction  $g$  est-elle dérivable en 2 ? Si oui, préciser  $g'(2)$ .
- 4. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de  $g$  au point d'abscisse 2.
- 5. La fonction  $g$  est-elle paire ? impaire ? ni l'un ni l'autre ?

#### Exercice 5.

Soit  $h$  la fonction  $x \mapsto \sqrt{x^2 + 9}$  définie sur  $\mathbb{R}$ .

- 1. Démontrer que, pour tout nombre réel  $h$ ,

$$h(4+h) - h(4) = \frac{8h + h^2}{\sqrt{25 + 8h + h^2} + 5}$$

- 2. En déduire le taux de variation de la fonction  $h$  entre 4 et  $4+h$ .
- 3. La fonction  $h$  est-elle dérivable en 4 ? Si oui, préciser  $h'(4)$ .

- 4. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de  $h$  au point d'abscisse 4.
- 5. La fonction  $h$  est-elle paire ? impaire ? ni l'un ni l'autre ?
- 6a) Déterminer l'équation de la droite qui passe par les points  $A(6; -3)$  et  $B(1; 1)$ .
- b) Cette droite ( $AB$ ) est-elle tangente à la courbe de  $h$  ? Si oui en quel point ?
- c) En déduire  $h'(-4)$ .



**Exercice 1.**

► 1. Résoudre dans  $]-\pi; \pi]$  les équations suivantes :

a)  $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

b)  $4 \cos^2(x) - 3 = 0$

► 2. Sachant que  $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ , donner la valeur exacte de :

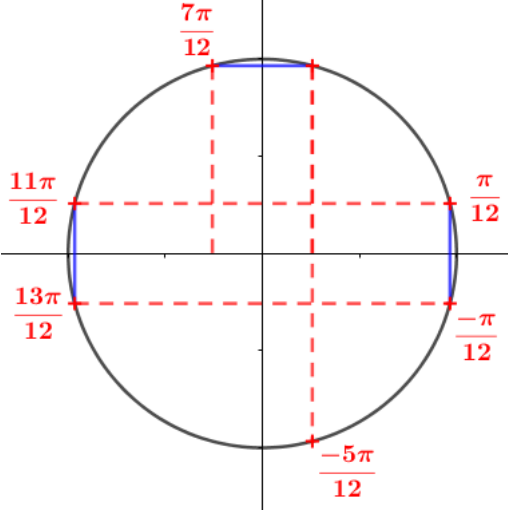
$\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right)$

$\cos \frac{11\pi}{12}$

$\cos \frac{13\pi}{12}$

$\sin \frac{7\pi}{12}$

$\sin \frac{5\pi}{12}$

|                    |           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|--------------------|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Exercice 1.</b> | <b>1.</b> | $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ donc } x = -\frac{\pi}{4} \text{ ou } x = -\frac{3\pi}{4}$ $4 \cos^2(x) - 3 = 0$ $\cos^2(x) = \frac{3}{4}$ $\cos(x) = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ou } \cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\text{donc } x = \frac{\pi}{6} \text{ ou } x = -\frac{\pi}{6} \text{ ou } x = \frac{5\pi}{6} \text{ ou } x = -\frac{5\pi}{6}$                                                                                                                                  |
|                    | <b>2.</b> |  $\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ $\cos\left(\frac{13\pi}{12}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ |

|  |  |                                                                                                      |
|--|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  | $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ |
|--|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------|



**Exercice 2.**

► 1. Placer les angles sur le cercle trigonométrique

$$\frac{2\pi}{3} \qquad \frac{-9\pi}{4}$$

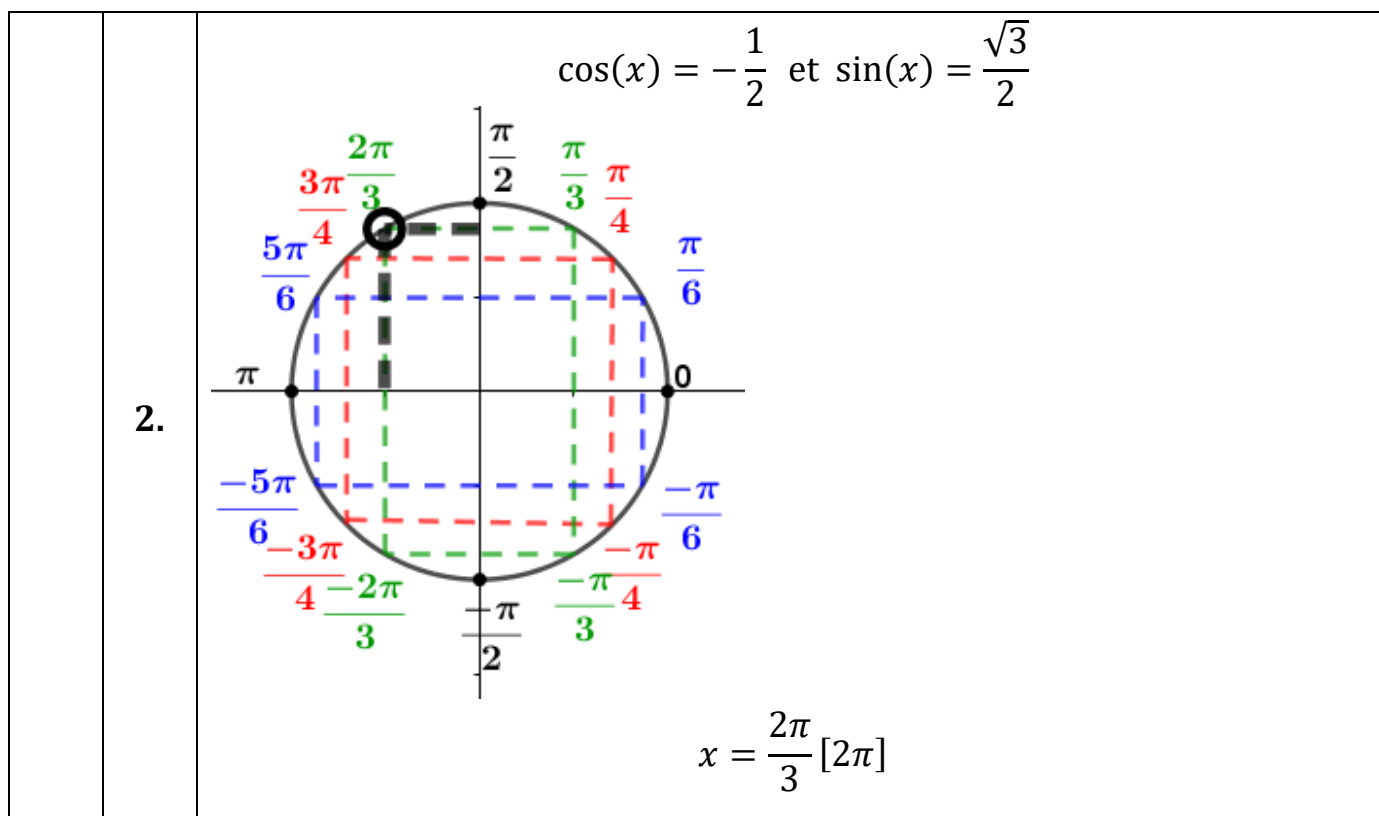
► 2. Déterminez les valeurs suivantes :

|                                     |                                        |
|-------------------------------------|----------------------------------------|
| $\cos(\pi) =$                       | $\sin(2\pi) =$                         |
| $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) =$ | $\sin\left(\frac{-\pi}{2}\right) =$    |
| $\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) =$ | $\cos\left(\frac{-281\pi}{6}\right) =$ |

► 3. Déterminez l'angle  $x$  tel que

$$\cos(x) = -\frac{1}{2} \text{ et } \sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

|                                                                                                                                        |                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Exercice 2.                                                                                                                            | 1.                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|                                                                                                                                        |                                                                                                                                                             | <table><tr><td><math>\cos(\pi) = -1</math><br/><math>\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}</math><br/><math>\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}</math></td><td><math>\sin(2\pi) = 0</math><br/><math>\sin\left(\frac{-\pi}{2}\right) = -1</math><br/><math>\cos\left(\frac{-281\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}</math></td></tr></table> |
| $\cos(\pi) = -1$<br>$\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$<br>$\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\sin(2\pi) = 0$<br>$\sin\left(\frac{-\pi}{2}\right) = -1$<br>$\cos\left(\frac{-281\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |



### Exercice 3.

Soit  $f$  la fonction  $x \mapsto -3x^2 + 2$  définie sur  $\mathbb{R}$ .

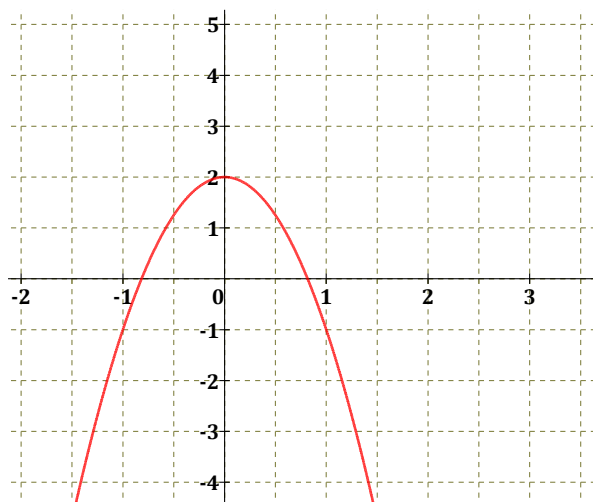
► 1. Démontrer que, pour tout nombre réel  $h$ ,

$$f(1+h) - f(1) = -6h - 3h^2$$

► 2. En déduire le taux de variation de la fonction  $f$  entre 1 et  $1+h$ .

► 3. La fonction  $f$  est-elle dérivable en 1 ? Si oui, préciser  $f'(1)$ .

► 4. Dans le repère ci-dessous, tracer la tangente à la courbe représentative de  $f$  au point d'abscisse 1.

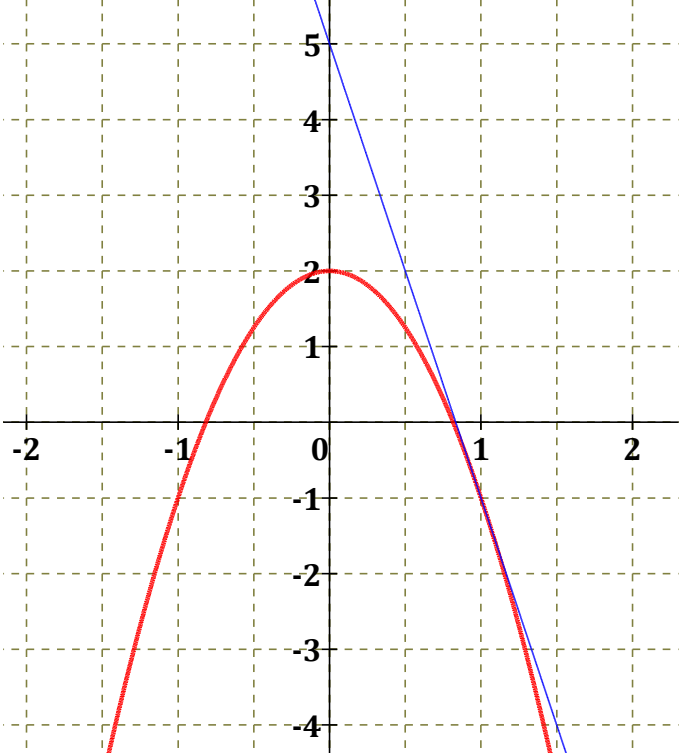


► 5a) Déterminer l'équation de la droite qui passe par les points  $E\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$  et  $F\left(-\frac{3}{2}; -4\right)$ .

b) Démontrer que la fonction  $f$  est paire.

c) La droite  $(EF)$  est-elle tangente à la courbe de  $f$  ? Si oui en quel point ?

d) En déduire  $f'(-1)$ .

|             |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|-------------|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Exercice 3. | 1. | <p>Pour tout nombre réel <math>h</math>,</p> $f(1+h) - f(1) = -3(1+h)^2 + 2 - (-1)$ $= -3 - 6h - 3h^2 + 3$ $f(1+h) - f(1) = -6h - 3h^2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|             | 2. | $\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \frac{-6h - 3h^2}{h} = -6 - 3h$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|             | 3. | $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} -6 - 3h = -6$ <p><math>f</math> est donc dérivable en 1 et <math>f'(1) = -6</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|             | 4. |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|             | 5. | <p>L'équation de la droite qui passe par les points <math>E\left(-\frac{1}{2}; 2\right)</math> et <math>F\left(-\frac{3}{2}; -4\right)</math> a pour coefficient directeur :</p> $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2 - (-4)}{-\frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right)} = \frac{2 + 4}{-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = \frac{2 + 4}{1} = 6$ <p>L'équation est donc <math>y = 6x + b</math></p> <p>or <math>E \in (EF)</math> donc <math>2 = 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + b</math></p> $2 = -3 + b$ $b = 5$ <p>L'équation de <math>(EF)</math> est <math>y = 6x + 5</math></p> $\forall x \in \mathbb{R}, f(-x) = -3 \times (-x)^2 + 2 = -3x^2 + 2 = f(x)$ <p>La fonction <math>f</math> est donc paire.</p> <p>La droite <math>(EF)</math> elle donc tangente à la courbe de <math>f</math> au point d'abscisse <math>-1</math> car la courbe de <math>f</math> est symétrique par rapport à <math>(Oy)</math> puisque <math>f</math> est paire.</p> |

|  |                                                                                                                      |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | J'en déduis que $f'(-1) = 6$ , le coefficient directeur de la tangente à la courbe de $f$ au point d'abscisse $-1$ . |
|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|



### Exercice 4.

Soit  $g$  la fonction  $x \mapsto \frac{1}{2x-1}$  définie sur  $\left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$ .

- 1. Démontrer que, pour tout nombre réel  $h$ ,

$$g(2+h) - g(2) = \frac{-2h}{3(3+2h)}$$

- 2. En déduire le taux de variation de la fonction  $g$  entre 2 et  $2+h$ .

- 3. La fonction  $g$  est-elle dérivable en 2 ? Si oui, préciser  $g'(2)$ .

- 4. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de  $g$  au point d'abscisse 2.

- 5. La fonction  $g$  est-elle paire ? impaire ? ni l'un ni l'autre ?

|                    |           |                                                                                                                                                                                                                                  |
|--------------------|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Exercice 3.</b> | <b>1.</b> | <p>Pour tout nombre réel <math>h</math>,</p> $g(2+h) - g(2) = \frac{1}{2(2+h)-1} - \frac{1}{3} = \frac{1}{4+2h-1} - \frac{1}{3}$ $= \frac{1}{3+2h} - \frac{1}{3} = \frac{3-3-2h}{3(3+2h)}$ $g(2+h) - g(2) = \frac{-2h}{3(3+2h)}$ |
|                    | <b>2.</b> | $\frac{g(2+h) - g(2)}{h} = \frac{\frac{-2h}{3(3+2h)}}{h} = \frac{-2h}{3(3+2h)} \times \frac{1}{h} = \frac{-2}{3(3+2h)}$                                                                                                          |
|                    | <b>3.</b> | $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(2+h) - g(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2}{3(3+2h)} = -\frac{2}{9}$ <p><math>g</math> est donc dérivable en 2 et <math>g'(2) = -\frac{2}{9}</math></p>                                   |
|                    | <b>4.</b> | $g'(2) = -\frac{2}{9}$ $g(2) = \frac{1}{3}$ <p>L'équation de la tangente est :</p> $y = g'(2)(x-2) + g(2)$ $y = -\frac{2}{9}(x-2) + \frac{1}{3}$ $y = -\frac{2}{9}x + \frac{7}{9}$                                               |

|    |  |                                                                                                                                                                                         |
|----|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |  |                                                                                                                                                                                         |
| 5. |  | $\forall x \in \mathbb{R}, g(-x) = \frac{1}{2 \times (-x) - 1} = \frac{1}{-2x - 1} \neq g(x) \text{ et } \neq -g(x)$ <p>La fonction <math>g</math> n'est donc ni paire, ni impaire.</p> |



### Exercice 5.

Soit  $h$  la fonction  $x \mapsto \sqrt{x^2 + 9}$  définie sur  $\mathbb{R}$ .

► 1. Démontrer que, pour tout nombre réel  $h$ ,

$$h(4 + h) - h(4) = \frac{8h + h^2}{\sqrt{25 + 8h + h^2} + 5}$$

► 2. En déduire le taux de variation de la fonction  $h$  entre 4 et  $4 + h$ .

► 3. La fonction  $h$  est-elle dérivable en 4 ? Si oui, préciser  $h'(4)$ .

► 4. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de  $h$  au point d'abscisse 4.

► 5. La fonction  $h$  est-elle paire ? impaire ? ni l'un ni l'autre ?

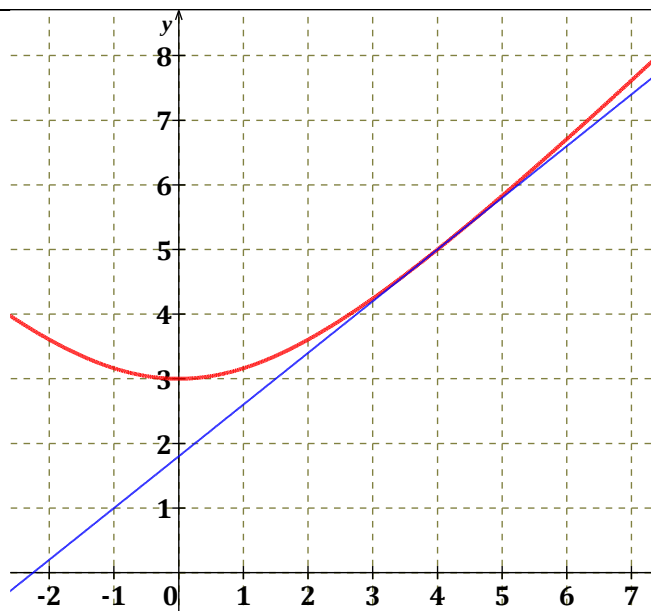
► 6a) Déterminer l'équation de la droite qui passe par les points  $A(6; -3)$  et  $B(1; 1)$ .

b) Cette droite  $(AB)$  est-elle tangente à la courbe de  $h$  ? Si oui en quel point ?

c) En déduire  $h'(-4)$ .



|             |    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-------------|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Exercice 3. | 1. | <p>Pour tout nombre réel <math>h</math>,</p> $  \begin{aligned}  h(4+h) - h(4) &= \sqrt{(4+h)^2 + 9} - 5 \\  &= \sqrt{16 + 8h + h^2 + 9} - 5 \\  &= \sqrt{25 + 8h + h^2} - 5 \\  &= \frac{(\sqrt{25 + 8h + h^2} - 5)(\sqrt{25 + 8h + h^2} + 5)}{\sqrt{25 + 8h + h^2} + 5} \\  &= \frac{\sqrt{25 + 8h + h^2}^2 - 5^2}{\sqrt{25 + 8h + h^2} + 5} \\  &= \frac{25 + 8h + h^2 - 25}{\sqrt{25 + 8h + h^2} + 5} \\  &= \frac{8h + h^2}{\sqrt{25 + 8h + h^2} + 5}  \end{aligned}  $ $h(4+h) - h(4) = \frac{8h + h^2}{\sqrt{25 + 8h + h^2} + 5}$ |
|             | 2. | $  \begin{aligned}  \frac{h(4+h) - h(4)}{h} &= \frac{\frac{8h + h^2}{\sqrt{25 + 8h + h^2} + 5}}{h} = \frac{8h + h^2}{\sqrt{25 + 8h + h^2} + 5} \times \frac{1}{h} \\  \frac{h(4+h) - h(4)}{h} &= \frac{8 + h}{\sqrt{25 + 8h + h^2} + 5}  \end{aligned}  $                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|             | 3. | $  \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(4+h) - h(4)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{8 + h}{\sqrt{25 + 8h + h^2} + 5} = \frac{8}{\sqrt{25} + 5} = \frac{8}{10} = 0,8  $ <p><math>h</math> est donc dérivable en 4 et <math>h'(4) = 0,8</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|             | 4. | $  \begin{aligned}  h'(4) &= 0,8 \\  h(4) &= 5  \end{aligned}  $ <p>L'équation de la tangente est :</p> $  \begin{aligned}  y &= h'(4)(x - 4) + h(4) \\  y &= 0,8(x - 4) + 5 \\  y &= 0,8x - 3,2 + 5 \\  y &= 0,8x + 1,8  \end{aligned}  $                                                                                                                                                                                                                                                                                               |



5.  $\forall x \in \mathbb{R}, h(-x) = \sqrt{(-x)^2 + 9} = \sqrt{x^2 + 9} = h(x)$   
La fonction  $h$  est donc paire.

L'équation de la droite qui passe par les points  $A(6; -3)$  et  $B(1; 1)$  a pour coefficient directeur :

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3 - 1}{6 - 1} = \frac{-4}{5} = -0,8$$

L'équation est donc  $y = -0,8x + b$

$$\text{or } A \in (AB) \text{ donc } -3 = -0,8 \times 6 + b$$

$$-3 = -4,8 + b$$

$$b = -3 + 4,8 = 1,8$$

L'équation de  $(AB)$  est  $y = -0,8x + 1,8$

La droite  $(AB)$  elle donc tangente à la courbe de  $h$  au point d'abscisse  $-4$  car la courbe de  $h$  est symétrique par rapport à  $(Oy)$  puisque  $h$  est paire.

6. J'en déduis que  $h'(-4) = -0,8$ , le coefficient directeur de la tangente à la courbe de  $h$  au point d'abscisse  $-4$ .

