

Table des matières

Enoncé du sujet	2
Exercice 1. Fonctions diverses.....	2
Exercice 2. Aire d'un parallélogramme	2
Exercice 3. Une citerne.....	2
Exercice 4. Volume.....	2
Exercice 5. Coût.....	3
Exercice 6. Aire maximale.....	3
Exercice 7. Probabilités	3
Exercice 8. Probabilités	4
Correction du sujet	5
Correction de l'exercice 1.....	5
Correction de l'exercice 2.	6
Correction de l'exercice 3.....	7
Correction de l'exercice 4.....	8
Correction de l'exercice 5.....	9
Correction de l'exercice 6.....	10
Correction de l'exercice 7.....	11
Correction de l'exercice 8.....	12

Première Préparation du Contrôle

Spécialité Mathématiques

Énoncé du sujet

Exercice 1. Fonctions diverses

► 1. Soit la fonction $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x}$ définie sur \mathbb{R}^*

a) Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.

b) En déduire les variations de la fonction f .

c) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1.

► 2. Soit la fonction $g(x) = \frac{2x - 3}{-5x + 1}$.

Démontrer que la fonction g est monotone sur l'intervalle $]\frac{1}{5}; +\infty[$.

► 3. Soit la fonction $h(x) = (1 - 3x)\sqrt{x}$ définie sur $[0; +\infty[$.

Déterminer le maximum de la fonction h .

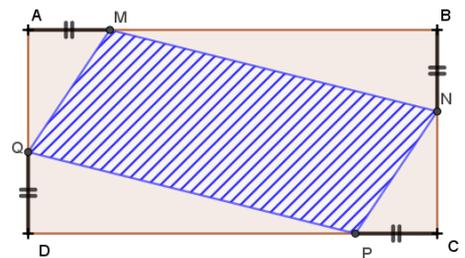


Exercice 2. Aire d'un parallélogramme

$ABCD$ est un rectangle de largeur 5 cm et de longueur 10 cm.

Les points M, N, P et Q appartiennent respectivement aux côtés $[AB]$, $[BC]$, $[DC]$ et $[AD]$ tels que $AM = BN = CP = DQ$.

Déterminer, en justifiant, la position du point M pour que l'aire du quadrilatère $MNPQ$ soit minimale.



Exercice 3. Une citerne

On souhaite fabriquer une citerne $ABCDEFGH$ en forme de parallélépipède rectangle de volume 12 m^3 . La longueur DC est fixée et est égale à 3 m. On pose $AD = x$ m.

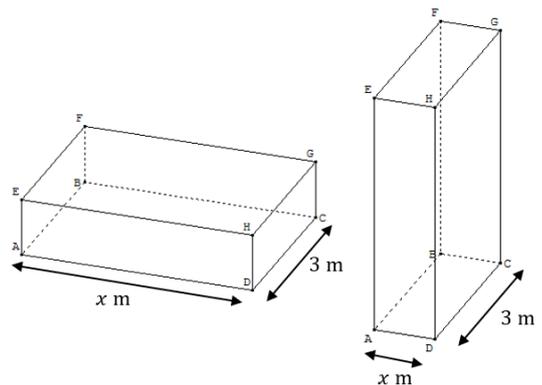
► 1. Ecrire le volume de la citerne en fonction de x et AE . En déduire que $AE = \frac{4}{x}$ m.

► 2. Exprimez, en fonction de x , l'aire des six faces de la citerne.

En déduire que l'aire totale de la citerne est :

$$f(x) = 6x + 8 + \frac{24}{x}$$

► 3. Déterminer pour quelle valeur de x , l'aire totale de la citerne est minimale.



Exercice 4. Volume

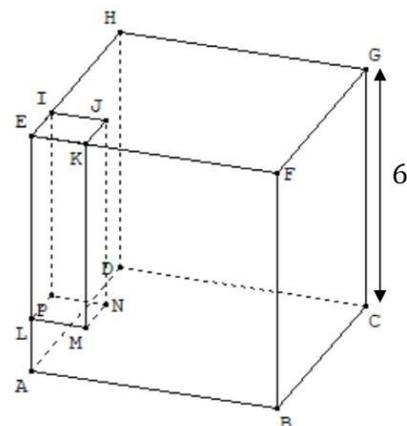
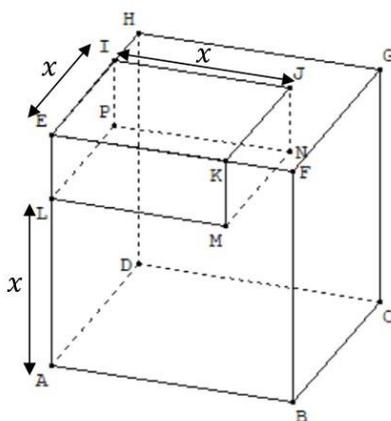
On considère le cube $ABCDEFGH$ d'arête 6 cm. On inscrit dans ce cube, le parallélépipède rectangle $EIJKLPNM$ tel que $EI = EK = x$ et $AL = x$.

On souhaite rendre le volume de ce parallélépipède rectangle le plus grand possible.

► 1. On désigne par V le volume du parallélépipède. Montrer que V est donné par la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 6]$ par $f(x) = -x^3 + 6x^2$.

► 2. Etudier les variations de la fonction f sur $[0; 6]$.

► 3. Déterminer alors le volume maximum du parallélépipède rectangle.



Exercice 5. Coût

Une entreprise souhaite fabriquer puis commercialiser un produit. Elle estime que le coût de fabrication (en milliers d'euros) de x produits (en milliers d'unités) peut être modélisé par la fonction $C(x)$ ci-dessous où x varie entre 5 et 30 $C(x) = 0,05x^2 + 0,2x + 20$

PARTIE 1. Bénéfice maximal

Cette entreprise envisage de vendre ce produit au prix unitaire de 2,30€.

► 1. Démontrer que le « bénéfice » réalisé par cette entreprise est alors :

$$B(x) = -0,05x^2 + 2,1x - 20$$

► 2. Dans quel intervalle doit se situer x pour que cette entreprise soit rentable, c'est-à-dire pour que le « bénéfice » soit positif ? *arrondir à la dizaine.*

► 3. Pour quelle production le bénéfice est-il maximal ? combien vaut ce maximum ?

PARTIE 2. Coût moyen

Le coût moyen par unité est $C_{moy}(x) = \frac{C(x)}{x}$

► 1. Exprimer $C_{moy}(x)$ en fonction de x .

► 2. Etudier les variations de la fonctions $C_{moy}(x)$ pour $x \in [5; 30]$.

► 3. Pour quelle production le coût moyen est-il minimal ? combien vaut ce minimum ?

Exercice 6. Aire maximale

Avec une ficelle de longueur 10 cm, on peut fabriquer des rectangles.

Quelles dimensions doit-on donner à notre rectangle pour que son aire soit maximale ?

Exercice 7. Probabilités

La scanographie est un procédé radiologique, réalisé à l'aide d'un scanner, qui permet de reconstruire informatiquement l'image d'une coupe du corps humain à partir d'une série d'analyses. Elle permet notamment de détecter des tumeurs. Une étude effectuée dans cet hôpital montre que :

- 60 % des scanographies effectuées concernent le cerveau et, parmi celles-ci, 20 % détectent une tumeur ;

- 90 % des autres scanographies effectuées ne détectent pas de tumeur au patient.

Parmi les patients de l'hôpital qui ont besoin d'une scanographie, on en choisit un au hasard.

On note C l'évènement « le patient fait une scanographie du cerveau » et T l'évènement « le patient a une tumeur ».

► 1. Représenter la situation par un arbre.

► 2. On choisit au hasard un patient, calculer la probabilité qu'il ait une tumeur.

► 3. Sachant que le patient choisit au hasard a une tumeur, quelle est la probabilité qu'elle ait été détectée au cerveau ?

Exercice 8. Probabilités

Les classes préparatoires aux grandes écoles (CPGE) se répartissent en 3 filières :

- la filière scientifique (notée S) représente 61,5% des étudiants de CPGE,
- la filière économique et commerciale (notée ES) contient 24% des étudiants de CPGE,
- le reste des étudiants appartient à la filière littéraire (notée L).

« En classes littéraires, la prépondérance des femmes semble bien implantée : avec trois inscrites sur quatre, elles y sont largement majoritaires. Inversement, dans les préparations scientifiques, les filles sont présentes en faible proportion (30%) alors qu'on est **proche** de la parité dans les classes économiques et commerciales. ».

Parmi tous les inscrits en CPGE, la proportion de fille est 42,7%. On interroge au hasard un étudiant en CPGE, on considère les événements F , S , ES et L suivants :

- F : l'étudiant interrogé au hasard est une fille ;
- S : l'étudiant interrogé au hasard est inscrit dans la filière S ;
- ES : l'étudiant interrogé au hasard est inscrit dans la filière ES ;
- L : l'étudiant interrogé au hasard est inscrit dans la filière L .

►1. Déterminer $P(S)$, $P(ES)$, $P_L(F)$, $P_S(F)$ et $P(F)$. Dessiner un arbre pondéré traduisant cette situation, on le complétera au fur et à mesure de l'exercice.

►2. a) Calculer la probabilité que la personne interrogée au hasard soit une fille inscrite en L .

b) Calculer la probabilité de l'événement $F \cap S$.

c) En déduire la probabilité de l'événement $F \cap ES$.

►3. Sachant que la personne interrogée au hasard est inscrite en ES , quelle est la probabilité qu'elle soit une fille ?

►4. Sachant que la personne interrogée au hasard est une fille, quelle est la probabilité qu'elle soit inscrite en L ?



Première \Rightarrow Préparation du Contrôle
Spécialité Mathématiques
Correction du sujet

Correction de l'exercice 1.

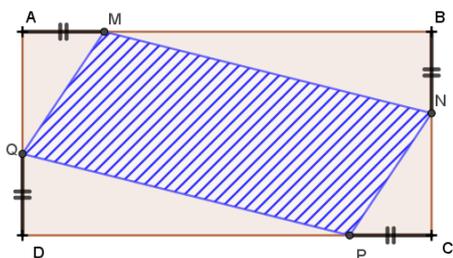
- 1. Soit la fonction $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x}$ définie sur \mathbb{R}^*
- Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.
 - En déduire les variations de la fonction f .
 - Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1.
- 2. Soit la fonction $g(x) = \frac{2x - 3}{-5x + 1}$.
- Démontrer que la fonction g est monotone sur l'intervalle $\left] \frac{1}{5}; +\infty \right[$.
- 3. Soit la fonction $h(x) = (1 - 3x)\sqrt{x}$ définie sur $[0; +\infty[$.
- Déterminer le maximum de la fonction h .



Exercice 1.	1a.	f est définie et dérivable sur $] -\infty; 0[\cup] 0; +\infty[$ $f'(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$, puisque $x^2 \geq 0$, $f'(x) > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}^*$												
	1b.	La fonction f est donc croissante sur $] -\infty; 0[$ ainsi que sur $] 0; +\infty[$.												
	1c.	L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1 est : $y = f'(1)(x - 1) + f(1) = 3(x - 1) + \frac{1}{3} - 2 = 3x - \frac{14}{3}$												
	2.	$g(x) = \frac{2x - 3}{-5x + 1}$, g est définie et dérivable sur $\left] \frac{1}{5}; +\infty \right[$ $g'(x) = \frac{2(-5x + 1) - (2x - 3)(-5)}{(-5x + 1)^2} = \frac{-10x + 2 + 10x - 15}{(-5x + 1)^2}$ $g'(x) = \frac{-13}{(-5x + 1)^2} < 0$ pour tout $x \in \left] \frac{1}{5}; +\infty \right[$ La fonction g est donc monotone sur l'intervalle $\left] \frac{1}{5}; +\infty \right[$.												
	3.	$h(x) = (1 - 3x)\sqrt{x}$, h est définie sur $[0; +\infty[$ et dérivable sur $] 0; +\infty[$ $h'(x) = -3\sqrt{x} + \frac{1 - 3x}{2\sqrt{x}} = \frac{-6x + 1 - 3x}{2\sqrt{x}} = \frac{-9x + 1}{2\sqrt{x}}$ $h'(x)$ est du signe de $-9x + 1$ et $-9x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1/9$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{1}{3}$</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$h'(x)$</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$h(x)$</td> <td colspan="3" style="padding: 5px;"> $\frac{2}{9}$ </td> </tr> </table> La fonction h admet un maximum pour $x = 1/9$, il vaut $h(1/9) = 2/9$.	x	0	$\frac{1}{3}$	$+\infty$	$h'(x)$	+	0	-	$h(x)$	$\frac{2}{9}$ 		
x	0	$\frac{1}{3}$	$+\infty$											
$h'(x)$	+	0	-											
$h(x)$	$\frac{2}{9}$ 													



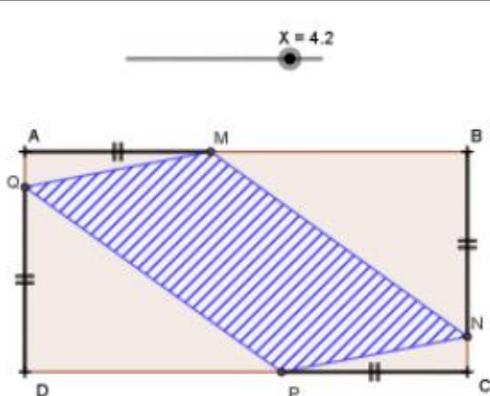
Correction de l'exercice 2.



$ABCD$ est un rectangle de largeur 5 cm et de longueur 10 cm.

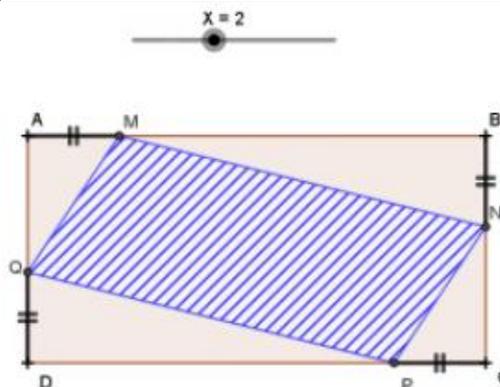
Les points M, N, P et Q appartiennent respectivement aux côtés $[AB], [BC], [DC]$ et $[AD]$ tels que $AM = BN = CP = DQ$.

Déterminer, en justifiant, la position du point M pour que l'aire du quadrilatère $MNPQ$ soit minimale.



$X = 4.2$ cm est la longueur $AM = BN = CP = DQ$

L'aire du quadrilatère $MNPQ$ vaut : 22.28 cm²



$X = 2$ cm est la longueur $AM = BN = CP = DQ$

L'aire du quadrilatère $MNPQ$ vaut : 28 cm²

Soit x la longueur du segment $[AM]$, $x \in [0; 5]$

Notons $f(x)$ l'aire du quadrilatère $MNPQ$

$$f(x) = \underbrace{5 \times 10}_{\text{aire de } ABCD} - 2 \times \underbrace{\frac{x \times (10 - x)}{2}}_{\text{aire du triangle } AMQ} - 2 \times \underbrace{\frac{x \times (5 - x)}{2}}_{\text{aire du triangle } BMN}$$

$$f(x) = 50 - x(10 - x) - x(5 - x)$$

$$f(x) = 50 - 10x + x^2 - 5x + x^2$$

$$f(x) = 2x^2 - 15x + 50$$

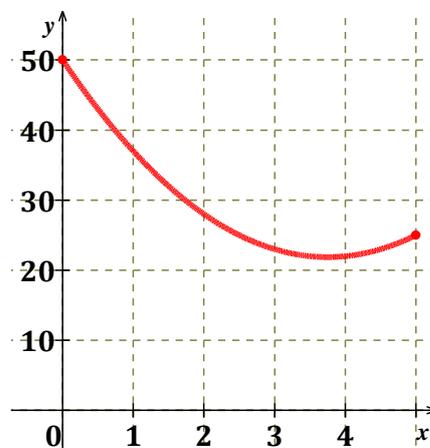
$$f'(x) = 4x - 15$$

$$\begin{aligned} f'(x) &> 0 \\ 4x - 15 &> 0 \\ 4x &> 15 \\ x &> \frac{15}{4} = 3,75 \end{aligned}$$

x	0	3,75	30
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘ 21,875 ↗		

$$f(3,75) = 2 \times 3,75^2 - 15 \times 3,75 + 50 = 21,875$$

L'aire est minimale pour $x = 3,75$ et elle vaut $21,875$.



Exercice 2.



Correction de l'exercice 3.

On souhaite fabriquer une citerne $ABCDEFGH$ en forme de parallélépipède rectangle de volume 12 m^3 . La longueur DC est fixée et est égale à 3 m . On pose $AD = x \text{ m}$.

► 1. Ecrire le volume de la citerne en fonction de x et

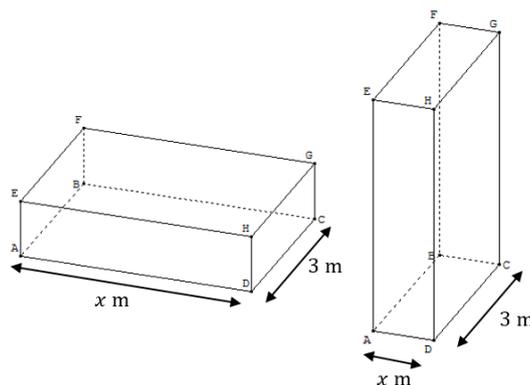
AE . En déduire que $AE = \frac{4}{x} \text{ m}$.

► 2. Exprimez, en fonction de x , l'aire des six faces de la citerne.

En déduire que l'aire totale de la citerne est :

$$f(x) = 6x + 8 + \frac{24}{x}.$$

► 3. Déterminer pour quelle valeur de x , l'aire totale de la citerne est minimale.



Exercice 3.	1.	Soit $x \in]0 ; +\infty[$, le volume de la citerne est de 12 m^3 donc la hauteur AE de la citerne vérifie donc $3 \times x \times AE = 12$ soit $AE = \frac{12}{3x} = \frac{4}{x}$											
	2.	Les six faces sont des rectangles deux à deux identiques soit : $f(x) = 2 \times 3x + 2 \times x \times \frac{4}{x} + 2 \times 3 \times \frac{4}{x} = 6x + 8 + \frac{24}{x}$											
	3.	$f'(x) = 6 - \frac{24}{x^2} = \frac{6x^2 - 24}{x^2}$ $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 24 > 0 \text{ car } x^2 > 0$ $\Leftrightarrow 6x^2 > 24$ $\Leftrightarrow x^2 > 4$ $\Leftrightarrow x > 2 \text{ ou } \underline{x < -2}$ <div style="text-align: center; font-size: small;">exclu car $x > 0$</div> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f(x)$</td> <td colspan="3" style="text-align: center; padding: 5px;"> </td> </tr> </table> <p>L'aire totale de la citerne sera minimale pour $x = 2$ et cette aire sera égale à 32 m^2.</p> <div style="text-align: center;"> </div>	x	0	2	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$		
x	0	2	$+\infty$										
$f'(x)$	-	0	+										
$f(x)$													

Correction de l'exercice 4.

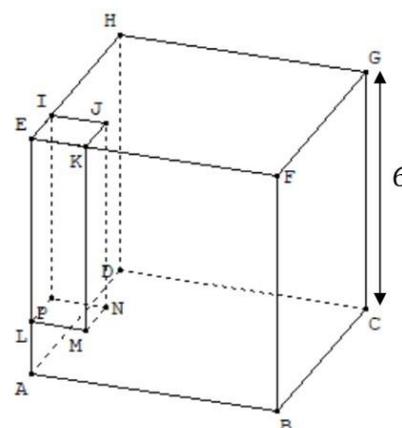
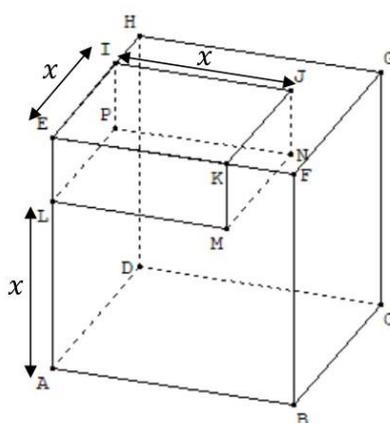
On considère le cube $ABCDEFGH$ d'arête 6 cm. On inscrit dans ce cube, le parallélépipède rectangle $EIJKLPNM$ tel que $EI = EK = x$ et $AL = x$.

On souhaite rendre le volume de ce parallélépipède rectangle le plus grand possible.

► 1. On désigne par V le volume du parallélépipède. Montrer que V est donné par la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 6]$ par $f(x) = -x^3 + 6x^2$.

► 2. Etudier les variations de la fonction f sur $[0; 6]$.

► 3. Déterminer alors le volume maximum du parallélépipède rectangle.



Exercice 4.	1.	<p>Pour $x \in [0; 6]$, $EI = EK = x$ et $EL = EA - AL = 6 - x$</p> <p>Le volume V du parallélépipède $EIJKLPNM$ est :</p> $V = EI \times EK \times EL = x^2 \times (6 - x) = 6x^2 - x^3 = f(x)$												
	2.	<p>La fonction f est une fonction polynôme, elle est donc définie et dérivable sur $[0; 6]$.</p> $f'(x) = -3x^2 + 12x = 3x(-x + 4)$ $f'(x) > 0 \Leftrightarrow -x + 4 > 0 \text{ car } x \geq 0$ $\Leftrightarrow -x > -4$ $\Leftrightarrow x < 4$ <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">6</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">32</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> </table> <p>$f(4) = 32$, $f(0) = 0$ et $f(6) = 0$</p>	x	0	4	6	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$	0	32	0
	x	0	4	6										
$f'(x)$	+	0	-											
$f(x)$	0	32	0											
3.	<p>Le volume du parallélépipède rectangle sera donc maximum pour $x = 4$ et il vaut 32 cm^2.</p> <div style="text-align: center;"> </div>													



Correction de l'exercice 5.

Une entreprise souhaite fabriquer puis commercialiser un produit. Elle estime que le coût de fabrication (en milliers d'euros) de x produits (en milliers d'unités) peut être modélisé par la fonction $C(x)$ ci-dessous où x varie entre 5 et 30 $C(x) = 0,05x^2 + 0,2x + 20$

PARTIE 1. Bénéfice maximal

Cette entreprise envisage de vendre ce produit au prix unitaire de 2,30€.

► 1. Démontrer que le « bénéfice » réalisé par cette entreprise est alors :

$$B(x) = -0,05x^2 + 2,1x - 20$$

► 2. Dans quel intervalle doit se situer x pour que cette entreprise soit rentable, c'est-à-dire pour que le « bénéfice » soit positif ? *arrondir à la dizaine.*

► 3. Pour quelle production le bénéfice est-il maximal ? combien vaut ce maximum ?

PARTIE 2. Coût moyen

Le coût moyen par unité est $C_{moy}(x) = \frac{C(x)}{x}$

► 1. Exprimer $C_{moy}(x)$ en fonction de x .

► 2. Etudier les variations de la fonctions $C_{moy}(x)$ pour $x \in [5; 30]$.

► 3. Pour quelle production le coût moyen est-il minimal ? combien vaut ce minimum ?

Exercice 5.	Partie 1.	1.	Pour tout $x \in [5; 30]$ $B(x) = 2,3x - C(x)$ $B(x) = 2,30x - (0,05x^2 + 0,2x + 20)$ $B(x) = 2,30x - 0,05x^2 - 0,2x - 20$ $B(x) = -0,05x^2 + 2,1x - 20$
		2.	$B(x) \geq 0$ $-0,05x^2 + 2,1x - 20 \geq 0$ $\Delta = 2,1^2 - 4 \times (-0,05) \times (-20) = 0,41 > 0$ $x_1 = \frac{-2,1 - \sqrt{0,41}}{2 \times (-0,05)} \approx 14,6$ $x_2 = \frac{-2,1 + \sqrt{0,41}}{2 \times (-0,05)} \approx 27,4$

Partie 2.	3.	$B'(x) = -0,1x + 2,1$ $B'(x) > 0 \Leftrightarrow -0,1x + 2,1 > 0$ $\Leftrightarrow -0,1x > -2,1$ $\Leftrightarrow x < 21$ <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">5</td> <td style="padding: 5px;">21</td> <td style="padding: 5px;">30</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$B'(x)$</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$B(x)$</td> <td style="padding: 5px;">-10,75</td> <td style="padding: 5px;">2,05</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> </tr> </table> $B(5) = -10,75 \quad B(30) = -2 \quad B(21) = 2,05$ <p style="text-align: center;">Le bénéfice est maximal pour $x = 21$ et il vaut 2,05 milliers d'euros</p>	x	5	21	30	$B'(x)$	+	0	-	$B(x)$	-10,75	2,05	-2
	x	5	21	30										
	$B'(x)$	+	0	-										
$B(x)$	-10,75	2,05	-2											
1.	$C_{moy}(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{0,05x^2 + 0,2x + 20}{x} = 0,05x + 0,2 + \frac{20}{x}$													
2.	<p>Pour tout $x \in [5; 30]$,</p> $C'_{moy}(x) = 0,05 - \frac{20}{x^2} = \frac{0,05x^2 - 20}{x^2}$ $C'_{moy}(x) > 0 \Leftrightarrow 0,05x^2 - 20 > 0 \text{ car } x^2 > 0$ $\Leftrightarrow 0,05x^2 > 20$ $\Leftrightarrow x^2 > 400$ $\Leftrightarrow x > 20 \text{ ou } \underbrace{x < -20}_{\text{exclu car } x > 5}$ <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">5</td> <td style="padding: 5px;">20</td> <td style="padding: 5px;">30</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$C'_{moy}(x)$</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$C_{moy}(x)$</td> <td style="padding: 5px;">4,45</td> <td style="padding: 5px;">2,2</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{7,1}{3}$</td> </tr> </table>	x	5	20	30	$C'_{moy}(x)$	-	0	+	$C_{moy}(x)$	4,45	2,2	$\frac{7,1}{3}$	
x	5	20	30											
$C'_{moy}(x)$	-	0	+											
$C_{moy}(x)$	4,45	2,2	$\frac{7,1}{3}$											
3.	Le coût moyen est minimal pour $x = 20$ et il vaut 2,2 euros.													



Correction de l'exercice 6.

Avec une ficelle de longueur 10 cm, on peut fabriquer des rectangles.

Quelles dimensions doit-on donner à notre rectangle pour que son aire soit maximale ?



Exercice 6.

Le rectangle a pour dimensions x et $5 - x$. Son aire vaut alors

$$f(x) = x(5 - x) = 5x - x^2$$

$$f'(x) = 5 - 2x$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 5 - 2x > 0$$

$$\Leftrightarrow -2x > -5$$

$$\Leftrightarrow x < 2,5$$

x	0	2,5	5
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	6,25	0

L'aire du rectangle sera maximale pour $x = 2,5$ cm et elle vaudra $6,25$ cm². La figure sera alors un carré de 2,5 cm de côté.

**Correction de l'exercice 7.**

La scanographie est un procédé radiologique, réalisé à l'aide d'un scanner, qui permet de reconstruire informatiquement l'image d'une coupe du corps humain à partir d'une série d'analyses. Elle permet notamment de détecter des tumeurs. Une étude effectuée dans cet hôpital montre que :

- 60 % des scanographies effectuées concernent le cerveau et, parmi celles-ci, 20 % détectent une tumeur ;
- 90 % des autres scanographies effectuées ne détectent pas de tumeur au patient.

Parmi les patients de l'hôpital qui ont besoin d'une scanographie, on en choisit un au hasard.

On note C l'évènement « le patient fait une scanographie du cerveau » et T l'évènement « le patient a une tumeur ».

- 1. Représenter la situation par un arbre.
- 2. On choisit au hasard un patient, calculer la probabilité qu'il ait une tumeur.
- 3. Sachant que le patient choisit au hasard a une tumeur, quelle est la probabilité qu'elle ait été détectée au cerveau ?



Exercice 7.	1.	
	2.	$P(T) = P(C \cap T) + P(\bar{C} \cap T)$ $P(T) = 0,6 \times 0,2 + 0,4 \times 0,1 = 0,16$
	3.	$P_T(C) = \frac{P(C \cap T)}{P(T)} = \frac{0,6 \times 0,2}{0,16} = 0,75$



Correction de l'exercice 8.

Les classes préparatoires aux grandes écoles (CPGE) se répartissent en 3 filières :

- la filière scientifique (notée S) représente 61,5% des étudiants de CPGE,
- la filière économique et commerciale (notée ES) contient 24% des étudiants de CPGE,
- le reste des étudiants appartient à la filière littéraire (notée L).

« En classes littéraires, la prépondérance des femmes semble bien implantée : avec trois inscrites sur quatre, elles y sont largement majoritaires. Inversement, dans les préparations scientifiques, les filles sont présentes en faible proportion (30%) alors qu'on est **proche** de la parité dans les classes économiques et commerciales. ».

Parmi tous les inscrits en CPGE, la proportion de fille est 42,7%. On interroge au hasard un étudiant en CPGE, on considère les événements F , S , ES et L suivants :

- F : l'étudiant interrogé au hasard est une fille ;
- S : l'étudiant interrogé au hasard est inscrit dans la filière S ;
- ES : l'étudiant interrogé au hasard est inscrit dans la filière ES ;
- L : l'étudiant interrogé au hasard est inscrit dans la filière L.

► 1. Déterminer $P(S)$, $P(ES)$, $P_L(F)$, $P_S(F)$ et $P(F)$. Dessiner un arbre pondéré traduisant cette situation, on le complétera au fur et à mesure de l'exercice.

- 2. a) Calculer la probabilité que la personne interrogée au hasard soit une fille inscrite en L.
 b) Calculer la probabilité de l'événement $F \cap S$.
 c) En déduire la probabilité de l'événement $F \cap ES$.

► 3. Sachant que la personne interrogée au hasard est inscrite en ES, quelle est la probabilité qu'elle soit une fille ?

► 4. Sachant que la personne interrogée au hasard est une fille, quelle est la probabilité qu'elle soit inscrite en L ?



1.	$P(S) = 0,615 \quad P(ES) = 0,24 \quad P_L(F) = \frac{3}{4} = 0,75$ $P_S(F) = 0,3 \quad \text{et} \quad P(F) = 0,427$	<p>A probability tree diagram starting from a single point on the left. It branches into three main paths: S (top), ES (middle), and L (bottom). The probabilities for these paths are 0,615, 0,24, and 0,145 respectively. From path S, it branches into F (top) with probability 0,3 and F-bar (bottom). From path ES, it branches into F (top) and F-bar (bottom). From path L, it branches into F (top) with probability 0,75 and F-bar (bottom).</p>
2.	$P(L) = 1 - (0,615 + 0,24) = 0,145$ donc $P(L \cap F) = 0,145 \times 0,75 = 0,10875$	
3.	$P(S \cap F) = 0,615 \times 0,3 = 0,1845$	
4.	$P(F) = 0,427 = P(S \cap F) + P(ES \cap F) + P(L \cap F)$ donc $P(ES \cap F) = 0,427 - (0,1845 + 0,10875) = 0,13375$	
5.	$P_{ES}(F) = \frac{P(ES \cap F)}{P(ES)} = \frac{0,13375}{0,24} = \frac{107}{192} \approx 0,557$	
6.	$P_F(L) = \frac{P(L \cap F)}{P(F)} = \frac{0,10875}{0,427} = \frac{435}{1708} \approx 0,255$	

