

Exercice 1.

Un camarade et vous-même jouez l'un contre l'autre à l'aide de deux dés non pipés à six faces. Votre camarade vous propose la règle suivante, à chaque lancer simultanément des deux dés, si le maximum des points obtenus sur l'un ou l'autre dé est 5 ou 6, vous perdez votre mise d'1 euro sinon c'est lui qui perd 1 euro. Par exemple, sur l'image ci-contre, vous perdez 1 euro.



- ▶ 1. D'après vous, cette règle est-elle équitable ?
- ▶ 2. Quelle devrait être la mise minimum de votre adversaire pour que le jeu soit équitable alors que vous misez toujours un euro ?

Exercice 2.

Comparer espérance et écart-type pour les deux jeux ci-dessous.

Jeu n°1 : On lance deux dés non pipés, on conserve le plus grand des deux numéros obtenus. Si le nombre conservé est entre 1 et 5, le joueur gagne ce nombre en euro sinon il perd 6 euros.

Jeu n°2 : On lance un dé à 100 faces non pipé, on observe si la face obtenue est un nombre premier. Si oui, le joueur gagne 5 euros, sinon il perd 50 centimes.

Exercice 3.

Une urne contient 100 boules. Chacune de ces boules porte l'un des numéros 1, 2, 3, 4 ou 5. La répartition des boules suivant leur numéro est donnée par le tableau suivant :

Numéro inscrit sur la boule	1	2	3	4	5
Nombre de boules	15	25	15	35	10

Un joueur tire au hasard une boule dans cette urne. On admet que tous les tirages sont équiprobables.

- ▶ 1. Pour tout entier n tel que $1 \leq n \leq 5$, on note p_n la probabilité de tirer une boule numérotée n . Déterminer p_1, p_2, p_3, p_4 et p_5 .
- ▶ 2. On considère les événements A : « La boule tirée porte un numéro inférieur ou égal à 3 » et B : « La boule tirée porte un numéro pair ». Déterminer les probabilités des événements $A, B, A \cap B$ et $A \cup B$.
- ▶ 3. Un jeu est défini de la façon suivante : un joueur mise 6€ puis il tire une boule de l'urne. Si le numéro de la boule est impair il reçoit une somme de 11€ mais si le numéro de la boule tirée est pair il ne reçoit rien. On désigne par X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le gain (éventuellement négatif) du joueur.
 - a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
 - b. Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ de la variable aléatoire X .
 - c. On modifie la règle du jeu, la mise reste identique. Si le numéro de la boule tirée est impair il reçoit la somme de a euros mais si le numéro de la boule tirée est pair il ne reçoit rien. Déterminer la valeur du nombre a pour que le jeu soit équitable.