

### Exercice 1.

Soit la suite  $(u_n)$  définie par récurrence par  $u_0 = -\frac{1}{2}$  et,  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 1 - \frac{3}{5} u_n$ .

- ▶ 1. La suite  $(u_n)$  est-elle arithmétique ou géométrique ? Justifiez votre réponse.
- ▶ 2. On pose, pour tout  $n \in \mathbb{N}, v_n = u_n - \frac{5}{8}$ .
  - a) Démontrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique.
  - b) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , en déduire l'expression de  $v_n$  en fonction de  $n$ , puis celle de  $u_n$ .
- ▶ 3. Que se passe-t-il lorsque  $n$  devient très grand, i.e. lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$  ?

### Exercice 2.

Dans cet exercice, on admet que les suites utilisées sont toutes bien définies. On considère la suite  $(u_n)$  définie par récurrence par  $u_0 = 4$  et  $u_{n+1} = 6 - \frac{9}{u_n}$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

- ▶ 1. La suite  $(u_n)$  est-elle arithmétique ou géométrique ? Justifiez votre réponse.
- ▶ 2. On pose, pour tout  $n \in \mathbb{N}, v_n = \frac{1}{u_n - 3}$ .
  - a) Démontrer que la suite  $(v_n)$  est arithmétique.
  - b) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , en déduire l'expression de  $v_n$  en fonction de  $n$ , puis celle de  $u_n$ .
  - c) Que se passe-t-il lorsque  $n$  devient très grand, c'est-à-dire lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$  ?

### Exercice 3.

Soit la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 0$  et  $u_{n+1} = \frac{1}{2} \sqrt{u_n^2 + 12}$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

- ▶ 1. Calculer les premiers termes de la suite.
- ▶ 2. On pose, pour tout  $n \in \mathbb{N}, v_n = u_n^2 - 4$ . Démontrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique. En déduire une formule explicite pour  $v_n$  puis pour  $u_n$ . Que se passe-t-il lorsque  $n$  devient très grand, c'est-à-dire lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$  ?

### Exercice 4.

Soit  $u$  la suite définie par  $u_0 = 2$  et, pour tout entier naturel  $n$ , par  $u_{n+1} = u_n - 2n + 3$ . On considère également la suite  $v$  définie, pour tout entier naturel  $n$ , par  $v_n = u_n + n^2 + 5n - 1$ .

- ▶ 1. Voici un extrait de feuille de tableur :  
Quelles formules a-t-on écrites dans les cellules C2 et B3 et copiées vers le bas pour afficher les termes des suites  $u$  et  $v$  ?
- ▶ 2. Déterminer, en justifiant, une expression de  $v_n$  puis de  $u_n$  en fonction de  $n$  uniquement. Que se passe-t-il lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$  ?

	A	B	C
1	$n$	$u$	$v$
2	0	2	1
3	1	5	10
4	2	6	19
5	3	5	28
6	4	2	37
7	5	-3	46
8	6	-10	55
9	7	-19	64
10	8	-30	73

### Exercice 5.

La suite  $(u_n)$  est définie par  $u_n = 0, \underbrace{999 \dots 9}_{n \text{ fois}}$  pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ .

- ▶ 1. Démontrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*, 10 \times u_{n+1} = u_n + 9$ .
- ▶ 2. On utilise la suite définie par  $v_n = u_n - 1$  pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ .
  - a) Démontrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique.
  - b) En déduire, pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , une expression de  $v_n$  puis de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
  - c) Que se passe-t-il lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$  ?