

Table des matières

Enoncé du sujet	2
Exercice 1.	2
Exercice 2.	2
Exercice 3.	2
Correction du Sujet	3
Correction de l'exercice 1.....	3
Correction de l'exercice 2.	3
Correction de l'exercice 3.....	4

Exercice 1.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 6]$ par $f(x) = x^2 - 6x + 10$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f .

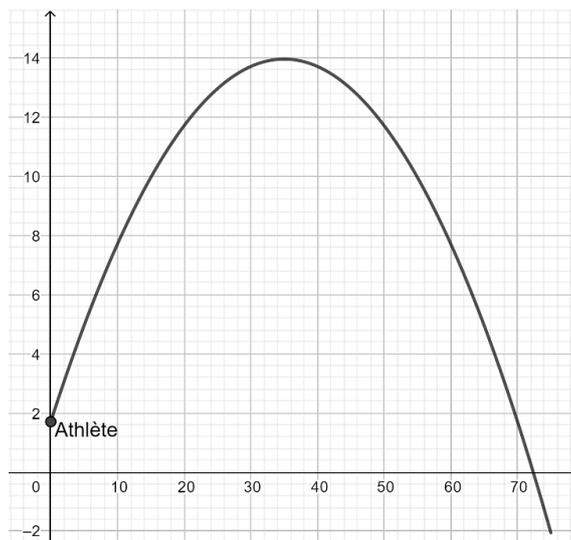
- ▶ 1. Calculer $f'(x)$ pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0 ; 6]$.
- ▶ 2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 6]$.
- ▶ 3. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 6]$.

Exercice 2.

Le 13 septembre 2008, Barbora Špotáková établissait le nouveau record du monde féminin du lancer du javelot avec 72,28 m. L'entraîneur d'une jeune lanceuse pense qu'en modifiant le geste du lancer, la trajectoire du javelot peut être en partie modélisée par la fonction f définie sur $[0 ; 75]$ par $f(x) = -0,01x^2 + 0,7x + 1,7$.

Sa représentation graphique est fournie ci-contre.

- ▶ 1. Par lecture graphique, estimer le nombre de mètres parcourus en abscisse par le javelot pendant le temps où sa hauteur reste supérieure à 10 m.
- ▶ 2. Déterminer $f'(x)$.
- ▶ 3. En déduire le tableau de variations de f .
- ▶ 4. Dans le stade où aura lieu la prochaine compétition internationale, le javelot ne doit pas monter à plus de 14 m de hauteur sous peine de subir un vent pouvant perturber son vol. La trajectoire prévue permet-elle d'éviter ce problème ? Justifier.



- ▶ 5. Calculer $f(72,28)$. Cette trajectoire, si elle se confirme, permettra-t-elle de battre l'actuel record du monde ? Justifier.

Exercice 3.

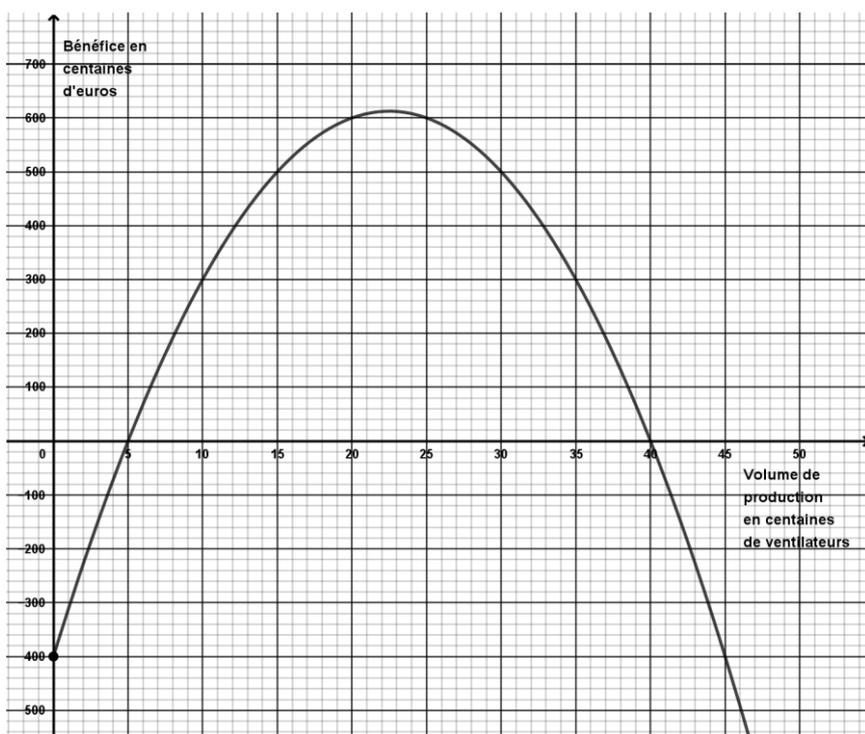
Une microentreprise fabrique des ventilateurs. On note $B(x)$ le résultat financier mensuel (bénéfice ou perte), exprimé en centaines d'euros, réalisé par l'entreprise pour la production de x centaines de ventilateurs, lorsque $x \in [0 ; +\infty[$. La courbe représentative de la fonction B est représentée ci-contre.

- ▶ 1. a) Déterminer $B(30)$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
- b) Donner une valeur approchée, en centaines d'euros, du bénéfice mensuel maximal de l'entreprise.

▶ 2. On admet que la fonction B est définie pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par $B(x) = -2x^2 + 90x - 400$.

- a) Déterminer $B'(x)$.
- b) En déduire la valeur exacte du volume de production pour lequel le bénéfice mensuel de l'entreprise est maximal.

- c) Calculer la valeur exacte du bénéfice mensuel maximal de l'entreprise.



CORRECTION du contrôle n° 1

Correction du Sujet

Correction de l'exercice 1.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 6]$ par $f(x) = x^2 - 6x + 10$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f .

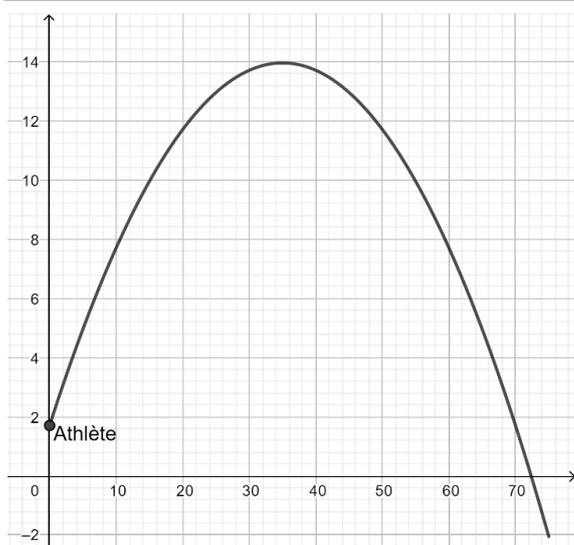
- ▶ 1. Calculer $f'(x)$ pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0 ; 6]$.
- ▶ 2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 6]$.
- ▶ 3. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 6]$.



Exercice 1.	1.	$f(x) = x^2 - 6x + 10$ $f'(x) = 2x - 6$											
	2.	$f'(x) > 0$ $2x - 6 > 0$ $2x > 6$ $x > \frac{6}{2}$ $x > 3$											
	3.	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">3</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">6</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">10</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↓ 1</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↑ 10</td> </tr> </table> $f(0) = 0^2 - 6 \times 0 + 10 = 10$ $f(3) = 3^2 - 6 \times 3 + 10 = 1$ $f(6) = 6^2 - 6 \times 6 + 10 = 10$	x	0	3	6	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	10	↓ 1
x	0	3	6										
$f'(x)$	-	0	+										
$f(x)$	10	↓ 1	↑ 10										



Correction de l'exercice 2.



Le 13 septembre 2008, Barbora Špotáková établissait le nouveau record du monde féminin du lancer du javelot avec 72,28 m. L'entraîneur d'une jeune lanceuse pense qu'en modifiant le geste du lancer, la trajectoire du javelot peut être en partie modélisée par la fonction f définie sur $[0 ; 75]$ par $f(x) = -0,01x^2 + 0,7x + 1,7$.

Sa représentation graphique est fournie ci-contre.

- ▶ 1. Par lecture graphique, estimer le nombre de mètres parcourus en abscisse par le javelot pendant le temps où sa hauteur reste supérieure à 10 m.
- ▶ 2. Déterminer $f'(x)$.
- ▶ 3. En déduire le tableau de variations de f .
- ▶ 4. Dans le stade où aura lieu la prochaine compétition internationale, le javelot ne doit pas monter à plus de 14 m de hauteur sous peine de subir un vent pouvant perturber son vol. La trajectoire prévue permet-elle d'éviter ce problème ?

Justifier.

- ▶ 5. Calculer $f(72,28)$. Cette trajectoire, si elle se confirme, permettra-t-elle de battre l'actuel record du monde ? Justifier.



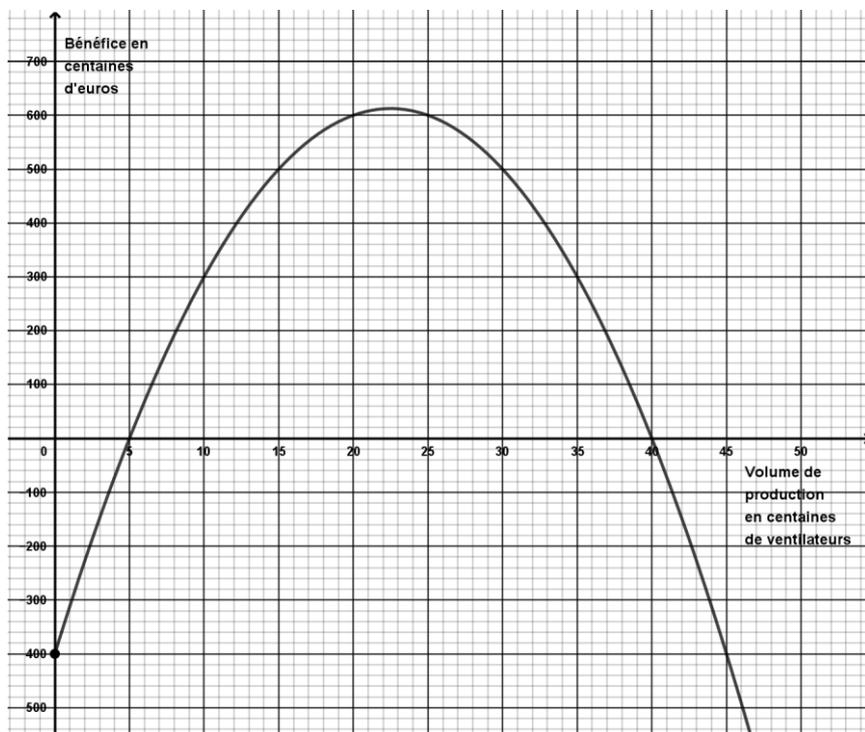
Exercice 2.	1.	<p>Le javelot atteint 10 m de haut au bout de 15 mètres et il y reste jusqu'à environ 55 m. Le nombre mètres parcourus en abscisse par le javelot pendant le temps où sa hauteur reste supérieure à 10 m est donc 40 mètres environ.</p>												
	2.	$f(x) = -0,01x^2 + 0,7x + 1,7$ $f'(x) = -0,01 \times 2x + 0,7$ $f'(x) = -0,02x + 0,7$												
	3.	$f'(x) > 0$ $-0,02x + 0,7 > 0$ $-0,02x > -0,7$ $x < \frac{-0,7}{-0,02}$ $x < 35$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">35</td> <td style="padding: 5px;">75</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 5px;">1,7</td> <td style="padding: 5px;">13,95</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table>	x	0	35	75	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$	1,7	13,95	
	x	0	35	75										
	$f'(x)$	+	0	-										
$f(x)$	1,7	13,95												
4.	<p>La hauteur maximale atteinte par le javelot sera de 13,95 mètres donc il n'y aura pas de problème lors de la prochaine compétition.</p>													
5.	$f(72,28) = -0,01 \times 72,28^2 + 0,7 \times 72,28 + 1,7 = 0,052016$ <p>Si cette trajectoire se confirme, l'actuel record du monde sera battu car au bout de 72,28 m (distance du record du monde), le javelot n'est pas encore au sol. Il va donc parcourir une petite distance supplémentaire.</p>													



Correction de l'exercice 3.

Une microentreprise fabrique des ventilateurs. On note $B(x)$ le résultat financier mensuel (bénéfice ou perte), exprimé en centaines d'euros, réalisé par l'entreprise pour la production de x centaines de ventilateurs, lorsque $x \in [0; +\infty[$. La courbe représentative de la fonction B est représentée ci-contre.

- 1. a) Déterminer $B(30)$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
 b) Donner une valeur approchée, en centaines d'euros, du bénéfice mensuel maximal de l'entreprise.



►2. On admet que la fonction B est définie pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par $B(x) = -2x^2 + 90x - 400$.

a) Déterminer $B'(x)$.

b) En déduire la valeur exacte du volume de production pour lequel le bénéfice mensuel de l'entreprise est maximal.

c) Calculer la valeur exacte du bénéfice mensuel maximal de l'entreprise.



Exercice 1.	1a.	Par lecture graphique, $B(30) = 500$ car le point de la courbe d'abscisse 30 a pour ordonnée 500. Cela signifie que si l'entreprise vend 3000 ventilateurs, alors le résultat financier mensuel sera de 50 000 euros.											
	1b.	Par lecture graphique, le bénéfice mensuel maximal de l'entreprise vaut 610 euros environ.											
	2a.	$B(x) = -2x^2 + 90x - 400$ $B'(x) = -4x + 90$											
	2b.	$B'(x) > 0$ $-4x + 90 > 0$ $-4x > -90$ $x < \frac{-90}{-4}$ $x < 22,5$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>22,5</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$B'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$B(x)$</td> <td>-400</td> <td>612,5</td> <td></td> </tr> </table>	x	0	22,5	$+\infty$	$B'(x)$	+	0	-	$B(x)$	-400	612,5
x	0	22,5	$+\infty$										
$B'(x)$	+	0	-										
$B(x)$	-400	612,5											
2c.	$B(22,5) = -2 \times 22,5^2 + 90 \times 22,5 - 400 = 612,5$ <p>Le bénéfice maximal sera exactement de 61 250 euros.</p>												

