

Chap 6. Variables aléatoires

Première STMG

Jacques Bernoulli (1654 - 1705)



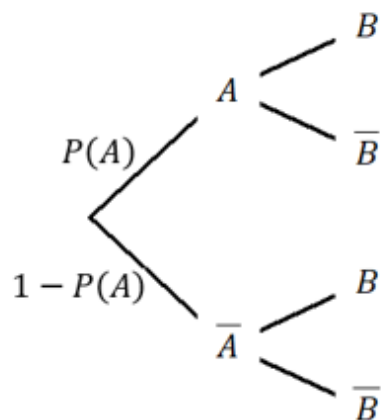
Mathématicien et physicien suisse, frère de Jean Bernoulli et oncle de Daniel Bernoulli et Nicolas Bernoulli. Son œuvre majeure est *Ars Conjectandi* publiée après sa mort à Bâle en 1713, avec une préface de son neveu Nicolas Bernoulli. Il y pose les principes du calcul des probabilités et introduit les nombres de Bernoulli.

Chap 6. Variables aléatoires

Première STMG

I. Variables aléatoires

Point méthode



**Représenter
l'arbre de
probabilité.**

**Relever les
probabilités données
dans l'énoncé.**

**Sur un chemin, les
probabilités se
multiplient.**

Exemple 1.

Lors de l'inscription, des étudiants doivent souscrire une assurance scolaire ; deux types de contrats annuels sont proposés. D'après des études statistiques, le contrat A dont le coût est de 20 euros est choisi avec une probabilité de 0,7 et le contrat B dont le coût est de 30 euros est choisi avec une probabilité de 0,3. De plus, l'université propose une adhésion facultative au foyer coopératif, d'un montant de 15 euros. Indépendamment du contrat d'assurance choisi, 40 % des étudiants prennent une carte d'adhérent du foyer.

Chap 6. Variables aléatoires

Première STMG

- ▶ 1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
- ▶ 2. Quelle est la probabilité qu'un étudiant ait pris le contrat B et soit adhérent du foyer ?
- ▶ 3. À chaque étudiant pris au hasard, on associe le coût X de son inscription (assurance scolaire plus adhésion éventuelle au foyer) ;
 - a. Quelles sont les valeurs possibles de ce coût ?
 - b. Établir la loi de probabilité de ce coût et présenter le résultat dans un tableau.
 - c. Calculer l'espérance mathématique de cette loi. Quelle interprétation peut-on en donner ?

Chap 6. Variables aléatoires

Première STMG

Définition.

On appelle variable aléatoire X une fonction qui, à chaque résultat d'une expérience aléatoire, associe un nombre réel. La loi de probabilité de X associe à chaque valeur de X sa probabilité $P(X = x_i)$.

On appelle espérance d'une variable aléatoire X le nombre :

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i \times P(X = x_i) = x_1 P(X = x_1) + \cdots + x_n P(X = x_n)$$

L'espérance représente la valeur moyenne que l'on peut espérer obtenir si on répète l'expérience un grand nombre de fois.

x_i	...	Total
$P(X = x_i)$		1

Chap 6. Variables aléatoires

Première STMG



Exemple 2.

Parmi les 2 jeux suivants lequel est le plus intéressant au niveau du gain ?



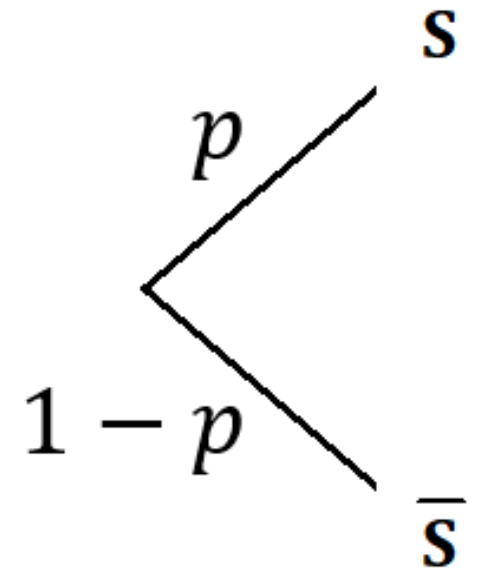
- **Jeu n°1** : on joue à Pile ou Face, un Pile rapporte 100 euros et un Face fait perdre 25 euros.
- **Jeu n°2** : on tire une carte au hasard sur 32 cartes, le valet de pique rapporte 640 euros, les autres cartes ne rapporte rien.



II. Répétition d'expériences aléatoires indépendantes

Définition : Epreuve de Bernoulli

Une **épreuve de Bernoulli** est une expérience aléatoire qui ne comporte que deux issues : le succès ou l'échec. Le succès noté S a une probabilité p . Par conséquent, l'échec $\bar{S}$ a une probabilité $1 - p$.



Exemple 3.

Dans un QCM, il y a trois questions indépendantes et pour chaque question, il y a quatre propositions dont une seule est juste. Un candidat décide de répondre au hasard.

Quelle est la probabilité que le candidat donne la réponse juste à au moins deux questions sur trois ?

