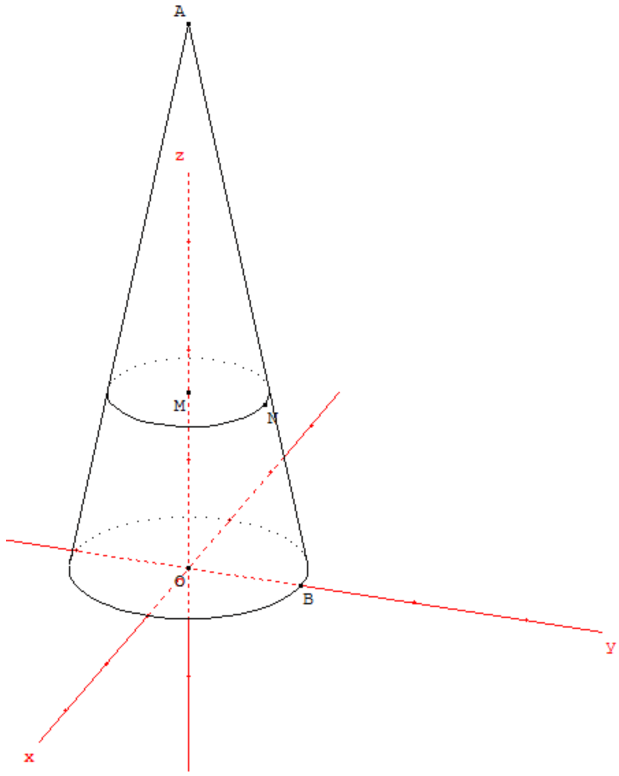
1 Premier cône



On étudie le cône :

- de sommet $A(0;0;5)$
- de centre de base $O(0;0;0)$
- de point de base $B(0;1;0)$

On considère le point mobile $M(0;0;z)$ où $0 \leq z \leq 5$.

Le rayon de ce cercle MN est, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AM}{AO} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{OB}$$

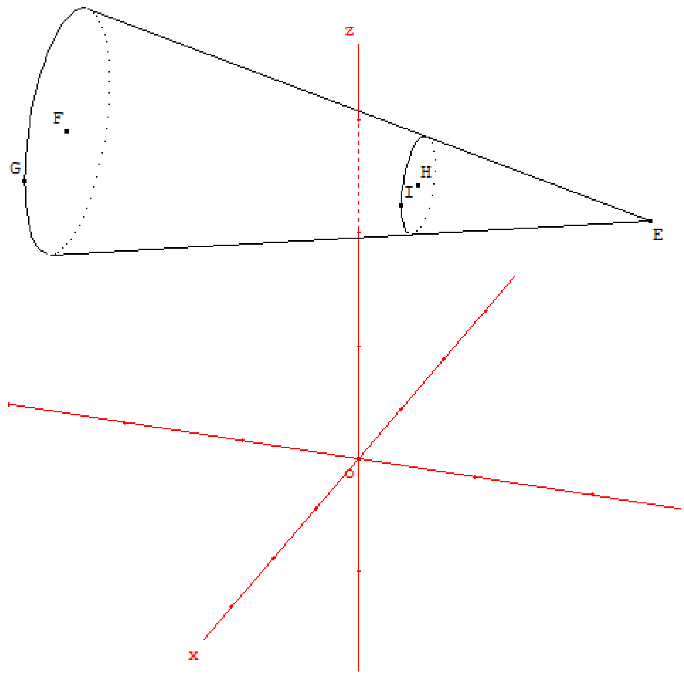
$$\frac{5-z}{5} = \frac{MN}{1}$$

$$MN = 1 - 0{,}2z$$

L'équation du cercle de centre $M(0;0;z)$ et de rayon MN est :

$$\begin{cases} \boldsymbol{x^2 + y^2 = (1 - 0,2z)^2} \\ \boldsymbol{0 \leq z \leq 5} \end{cases}$$

2 Deuxième cône



On étudie le cône :

- de sommet $E(0;2{,}5;2{,}5)$
- de centre de base $F(0;-2{,}5;2{,}5)$
- de point de base $G(1;-2{,}5;2{,}5)$

On considère le point mobile $H(0;y;2{,}5)$ où $-2{,}5 \leq y \leq 2{,}5$.

Le rayon de ce cercle HI est, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{EH}{EF} = \frac{EI}{EG} = \frac{HI}{GF}$$

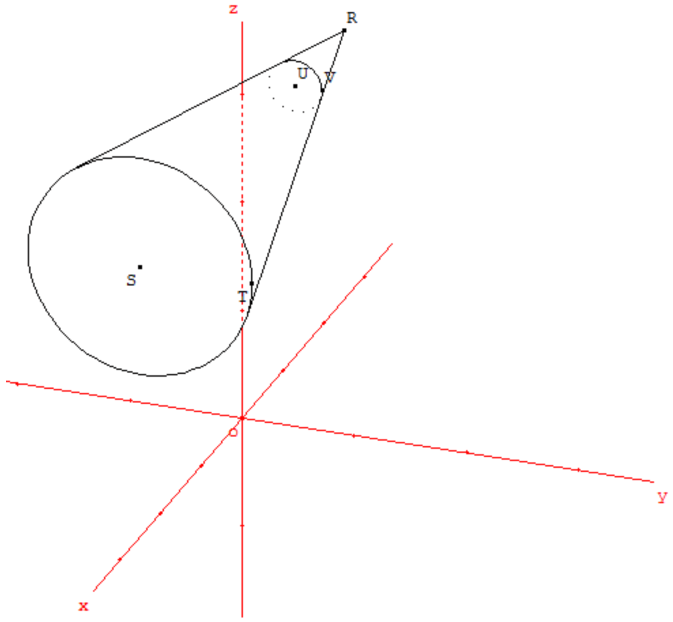
$$\frac{2{,}5-y}{5} = \frac{HI}{1}$$

$$HI = \frac{2{,}5-y}{5} = 0{,}5 - 0{,}2y$$

L'équation du cercle de centre $H(0;y;2{,}5)$ et de rayon HI est :

$$\begin{cases} \boldsymbol{x^2 + (z-2,5)^2 = (0,5-0,2y)^2} \\ \boldsymbol{-2,5 \le y \le 2,5} \end{cases}$$

3 Troisième cône



On étudie le cône :

- de sommet $R(-2{,}5;0;2{,}5)$
- de centre de base $S(2{,}5;0;2{,}5)$
- de point de base $T(2{,}5;1;2{,}5)$

On considère le point mobile $U(x;0;2{,}5)$ où $-2{,}5 \le x \le 2{,}5$.

Le rayon de ce cercle UV est, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{RU}{RS} = \frac{RV}{RT} = \frac{UV}{ST}$$

$$\frac{2{,}5+x}{5} = \frac{UV}{1}$$

$$UV = \frac{2{,}5+x}{5} = 0{,}5+0{,}2x$$

L'équation du cercle de centre $U(x;0;2{,}5)$ et de rayon UV est :

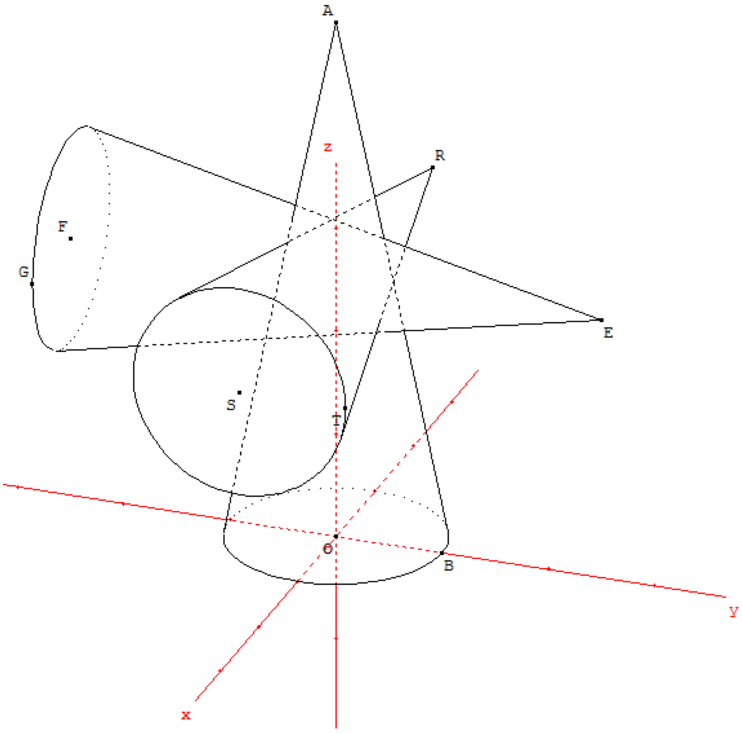
$$\begin{cases} \boldsymbol{y^2 + (z-2,5)^2 = (0,5+0,2x)^2} \\ \boldsymbol{-2,5 \le x \le 2,5} \end{cases}$$

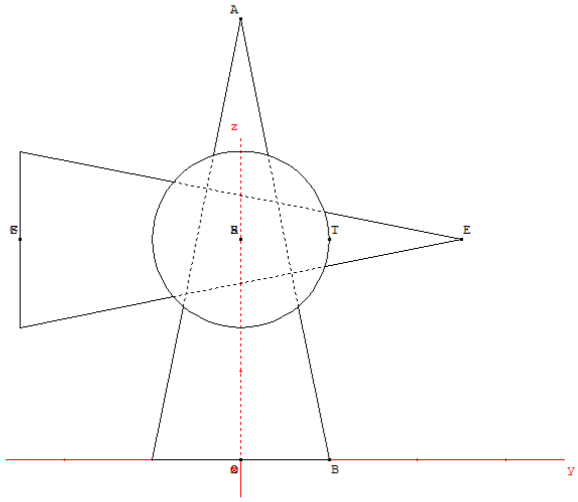
4 Intersection des trois cônes

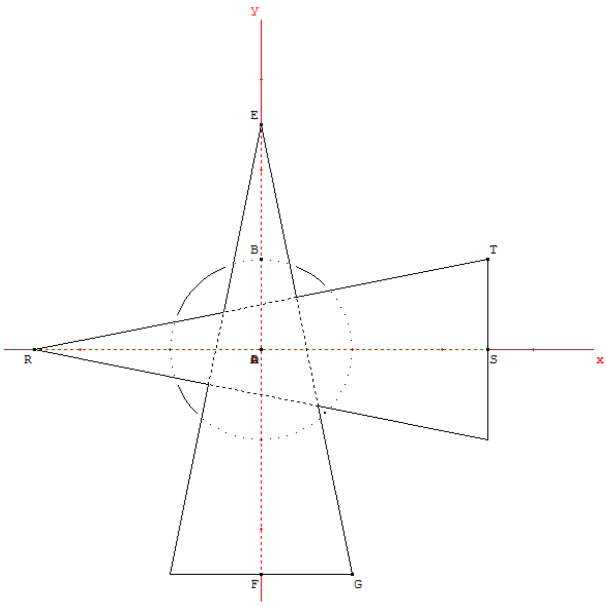
On résout le système :

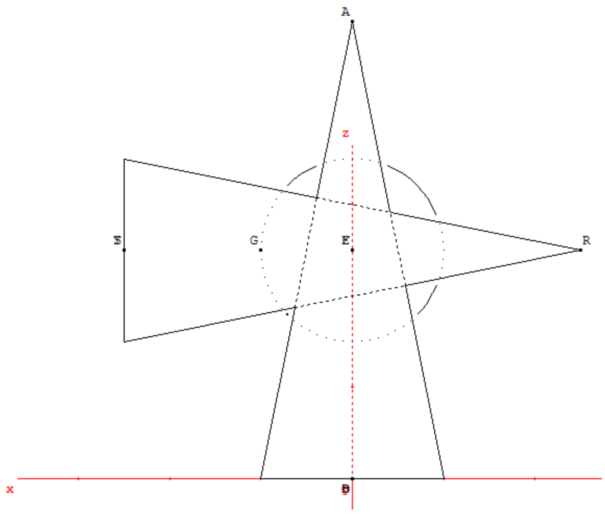
$$\begin{cases} x^2+y^2 = (1-0{,}2z)^2 \\ 0 \le z \le 5 \\ x^2+(z-2{,}5)^2 = (0{,}5-0{,}2y)^2 \\ -2{,}5 \le y \le 2{,}5 \\ y^2+(z-2{,}5)^2 = (0{,}5+0{,}2x)^2 \\ -2{,}5 \le x \le 2{,}5 \end{cases}$$

L'idée est de faire disparaître x^2 pour avoir la relation entre y et z et tracer la courbe dans le plan (Oyz) puis de recommencer avec y^2 et enfin avec z^2.


A
z
R
F
G
E
S
T
O
B
y
x


A
z
T
E
B
y


y
E
B
T
R
S
x
F
G


A
z
G
R
x